貨幣とは何か？
——歴史の代替物としての役割——

石　原　秀　彦*

概　　要

本論文では，貨幣について明確かつ操作可能な定義を与え，その定義の下で，貨幣が市場経済において果たす役割を，交換に必要な情報の観点から論証する．本論文で用いる貨幣の定義とは，「市場交換を媒介するモノ」であり，市場交換とは，(1) もっぱら交換される財の取得を目的とし，(2) 参加者の自発的な意志に基づいて行われ，(3) 社会全体に比して比較的少数，典型的には2者の間で行われ，(4) 個々の交換が，同じ参加者による将来の交換を前提としないという意味で，それ自体で完結しており，(5) 潜在的な参加者が事前に限定されていない，という特徴を持つ財の移動・再配分のことである．不換紙幣の媒介する市場交換をイメージした「一方的な贈与の無限の連鎖」としての市場交換のモデルを考察すると，貨幣が存在しない場合，市場交換を通じて望ましい財の配分が実現するためには，交換の無限の連鎖に関わるすべての主体間で，取引の歴史全体に関する公的な情報が共有される必要がある．これに対して，貨幣が存在する場合には，「その貨幣が信頼に足りうる」限り，取引相手が貨幣を保有していることさえ知っていれば，他には何の情報がなくとも，望ましい市場交換が実現することが示される．

さらに，完全な歴史の共有かまたは貨幣が必要となるのは，単発的な交換の連鎖となる市場交換に特有なものではなく，むしろ利己的な交換一般に共通するものであることが，「利己的な互酬的贈与」のモデル分析より明らかになる．むしろ，多くの「原始貨幣」が利己的ではない社会的交換の媒介として機能していたことから，何らかの理由で「原始貨幣」が社会的交換を媒介し始めた後，交換が利己的なものへと変質した瞬間が，貨幣の起源であると考えられる．

キーワード

貨幣，互酬的贈与，世代重複ゲーム，私的情報，フォーク定理

* 〒214-8580 川崎市多摩区東三田 2-1-1，E-mail: hide@isc.senshu-u.ac.jp

1. はじめに

「貨幣とは何か？」という問いは，太古よりさまざまな思想家・学者たちの興味を引き付けてきたものであり，さまざまな議論が繰り広げられてきた．「貨幣とは商品である」とする貨幣商品説と「貨幣とは法律の創造物である」という貨幣法制説とは古くからある代表的な2大貨幣論であるが，そのほかにも「貨幣は象徴である」や「貨幣は記号である」など，よく言えば哲学的，悪く言えば雲をつかむような抽象的な議論が延々と繰り広げられてきた．もちろん多くの経済学者たちも貨幣について論じてきたが，主流派の経済学者にとって，貨幣とは単なる交換手段に過ぎず，「貨幣とは何か？」という問いは特に重要なものではなかった．もちろん，「貨幣は交換を媒介する」という命題の具体的な意味を明らかにすることは重要な課題であり，古くはメンガーにおいて，現代ではサーチ論的貨幣論において，貨幣が市場交換を容易にし，取引コストを削減するメカニズムが示されてきた．しかし，それらの議論の中で示されたことは，貨幣の存在によって市場交換が促進され，理想的な状態に近づくことであり，その理想的な市場交換とは，ワルラスの「競り人」市場に代表される，貨幣なき集中決済市場のことであった．つまり，主流派経済学における貨幣とは，条件の整った理想的な状態ではそれなしでも起こる化学反応を，条件の整わない現実的な状態で生じさせる触媒のようなものであり，化学反応それ自体にはなんら本質的な影響をおよぼさない，単なる「ベール」なのである．

この「貨幣ベール」観ほど，経済学者以外の思想家・学者にとって受け入れがたい貨幣観は存在しない．ミダス王の神話を持ち出すまでもなく，貨幣は，人間の生存や幸福に直接結びつく本源的な欲求の対象ではなく，あくまでも手段としての対象に過ぎないにも関わらず，多くの人々にとって，生そのもの，あるいはそれ以上に強い欲望の対象となり，あるべき生活からの逸脱をもたらす「悪魔のささやき」となる．そのような，人間に対して決定的な影響をおよぼすものが，単なる「ベール」に過ぎず，本質的には何の影響もおよぼすものではないとする議論に，どんな真実があるというのだろうか？　経済学者は現実の何を見ているというのだろうか？　経済学は根本的に誤った議論なのではないだろうか？

貨幣に関するこのような見解，および経済学に対する批判には，各個人の選好（＝価値判断）を経済の根源的な要素とし，社会が個人におよぼす影響を考慮しない経済学の方法論の限界を指摘する側面が確かに存在する．その一方で，このような批判は，経済学者の経済に対する見方について，根本的に誤解していると言わざるを得ない．経済学におい

て，貨幣はベールであるが，市場，ないし市場を通じて行われる交換は決定的に重要であり，経済学者以外の思想家・学者が貨幣の中に見出そうとしているものの多くを，経済学者は市場の中に見出そうとしている．つまり，経済学者以外に対して「貨幣とは何か？」と問うことは，経済学者に対して「市場（交換）とは何か？」と問うことに相当するのである．その問いに，経済学はどのような答を出せるのだろうか？

経済学にとって，「市場とは何か？」を問うことは，「貨幣とは何か？」を問うことよりも難しい．貨幣のない経済を想像する（＝モデル化する）ことは可能であるが，市場の存在しない経済モデルは，単なる自給自足の世界にすぎない．経済学は，市場の存在を根本的な公理とする学問であり，市場のない世界は対象外である．中世以前の歴史や人類学の対象の大半は，既存の経済理論のおよばない市場なき世界であり，資源配分や所得分配の問題は，伝統的な慣習や政治権力による強制による結果の副産物であって，人々の意識的な対象ではなかった．経済人類学の言葉を借りれば，慣習的な贈与，ないし政治権力への集中と再分配といった社会制度の中に，経済が「埋め込まれていた」のである．よって，「市場とは何か？」という問いに答えるためには，慣習的な贈与や政治的な再分配との対比において，市場交換が定義されなければならないのである．

本論文では，市場交換を，「目的」「自発性」「集中度」「継続性」「開放度」の5点において贈与や再分配から区別する．詳細は次節で述べるが，本論文では，市場交換を，最も限定的に，(1) もっぱら交換される財の取得を目的とし，(2) 参加者の自発的な意志に基づいて行われ，(3) 社会全体に比して比較的少数，典型的には2者の間で行われ，(4) 個々の交換が，同じ参加者による将来の交換を前提としないという意味で，それ自体で完結しており，(5) 潜在的な参加者が事前に限定されていない，という5つの特徴をすべて備えた財の移動・再配分と定義する．もちろん，このような定義を設けただけでは，「市場とは何か？」という問いに対する答としては全く不十分である．定義だけならいくらでもできるが，そのような市場交換が本当に可能なのか，市場交換によって望ましい資源配分・所得分配が実現するための条件は何なのかといった点がきちんと示され，定義の実効性が証明されない限り，「市場とは何か？」について正しく答えたことにはならない．

本論文の主な主張は，過去の交換に関する情報について現実的な状況を仮定する限りにおいて，市場交換が実現するためには貨幣が不可欠である，ということである．本論文では，価格など取引条件の問題は捨象し，不換紙幣の媒介する市場交換のイメージから「一方的な贈与の無限の連鎖」として市場交換をモデル化する．この単純化されたモデルの考察より，貨幣は，過去から将来にわたる一連の交換に関するすべての公的情報の（不完全な）代替物として機能することが示される．貨幣なしで市場交換を実現するためには，全ての交換参加者が，過去の交換の歴史を，不正確であってもよいが，必ず完全に共有しな

ければならないのに対して，貨幣を用いて市場交換を行う際には，「その貨幣が信頼に足りうる」限り，取引相手が貨幣を保有していることさえ知っていれば，過去の交換に関しては何の情報も必要としない．この性質は，潜在的な参加者が限定されている以外は市場交換と同じ条件を満たす「利己的な互酬的贈与」についても同じように必要であることも示される．このことから，財の効率的な取得を目的とする，いわゆる経済的交換の実現には，完全に共有された過去の歴史または貨幣のいずれかの存在が不可欠であること，貨幣が存在すれば，過去の交換の歴史については何の知識も要らないことが，経済的交換のごく基本的な性質であることが確かめられる．このことは，すでにKocherlakota (1998) において「貨幣は記憶である」との形で指摘されていた．しかし，貨幣は必ずしも過去の全ての交換に関する情報を直接記録しているわけではなく，貨幣による交換は，公的情報に基づく交換よりも非効率となる可能性がある．その意味で，貨幣は取引の歴史に関する記録そのものではなく，その不完全な代替物である．この事実より，貨幣が存在しない場合に経済的交換を実現するためには，公的な記録を制定できる，または交換を強制できる公権力の存在か，贈与を，将来財を獲得するための手段としてではなく，それ自身に価値を見出す価値規範の存在が不可欠であることも示される．

市場交換に対するこのような認識は，貨幣の起源についても新しい可能性を示すことになる．貨幣なき世界では，財の取得を目的とする「利己的な」交換は実現できないため，実際に行われる財の贈与や行為・言葉の交換は，財を贈ること，言葉をかけること自体に意義や価値（経済学的に言えば効用）があるものに限られる．贈与の中には，与えるものと受け取るものとの間に何の直接的な関係もない寄付行為も存在するが，誕生日やクリスマスのプレゼントの交換や，結婚式での指輪の交換など，現代における非経済的な交換の多くは，互いの関係を構築・確認するコミュニケーションが主な目的であり，財の再配分は，結果的に交換参加者の経済的厚生を増加させたとしても，あくまでも副産物に過ぎない．

このような非経済的な交換の特徴は，過去についても共通であり，多くの交換は，純粋に経済的な目的で行われるのではなく，政治的・社会的な機能を有している．興味深いことに，このような非経済的な社会的交換についても，ヤップ島の石貨やトロブリアント諸島のクラ交易における貝の腕輪・首飾りなどの「原始貨幣」(primitive money) が，交換の媒体として用いられることがある．そのような原始貨幣であっても，一度使われ始めれば経済的な目的で行われる交換を媒介することも当然可能であることから，ここに貨幣の起源があると考えることは必ずしもとっぴなことではない．人類学的には，いわゆる純経済的な物々交換 (barter) は常に例外的な交換方法であって，貨幣の媒介する市場交換の先行段階とは考えられないとされていることから，貨幣の起源は，原始貨幣の媒介する交

換が利己的なものに転化した瞬間といえるかもしれない[1)]．

論文の構成は次の通りである．まず次節で，贈与・再分配・市場交換を，相互に比較可能な形で定義する．その定義に当てはまる最も簡単な市場交換のモデルを第3節で，「利己的な互酬的贈与」のモデルを第4節でそれぞれ分析し，「利己的な交換」としての経済的交換は，過去の交換に関する公的な記録，または状態と行為の両方に依存して定まる特殊なシグナルとしての貨幣のいずれかが存在しない限り，実現できないことを示す．最後に，支払手段としての機能と価値尺度としての機能との関係や，貨幣の起源に関して議論し，残された課題を指摘する．

2．贈与・再分配・市場交換

本論文では，貨幣を「市場交換を媒介するモノ」として定義することから，市場交換の定義が不完全であれば，全く意味のない議論が行われることになる．そこで，本節では市場交換をできるだけ厳密に定義するのであるが，その際，「市場」という語のつかない交換一般については，複数種類の財・サービスの対称的な移動に限定しないこととする．というのも，同時に複数種類の財が交換されるのは，一般に直接的な物々交換，ないし財と商品貨幣との交換の場合に限られ，贈り物に対する返礼として行われる互酬的な贈与や政治権力による徴発と再分配，また財と不換紙幣との交換も，一回の取引で移動する財はしばしば一種類に限られるからである．

そこで本論文では，交換一般については単に「複数の主体間で財が移動すること」と，贈与や再分配も含む形で大まかに定義する．財の移動を必要要件としていることからわかるように，エールの交換や手紙のやり取りといった情報のやり取りは，本論文では議論の対象としない．とはいえ，ここでの「交換」は，通常の経済学のモデルが暗黙のうちに仮定しているように，財の消費から得られる効用から生産要素の提供でこうむる不効用を差し引いたネットの効用を最大化する「経済人」による「経済的な交換」だけに限定されない．贈与は本来自分が消費できる財をわざわざ他人に譲り渡してしまう行為であるため，何か別の財・サービスを得るための手段として機能しない限り，「経済人」にとっては非合理的な行動である．しかし，現実世界に生きている人間の多くは，贈与という行為自体に目的や意義を見出している．これを経済学的に表現すれば，贈与という行為そのものから正の効用を得ていることになる．つまり，交換には，財を提供すること自体を目的とす

1） Dalton（1982），p.188 を参照のこと．

る交換と，それ自体は消費の減少であり費用であるとみなす交換の2種類があることになる．本論文では，財の提供自体は費用であり，それと引き換えに財を得るための手段とみなす後者の交換を「利己的な交換」と呼ぶことにする．これに対して，財の提供それ自体が目的であるような交換は，自発性の点でさらに区別されることになる．

利己的な交換は，将来の財の取得のために意図的に行われる交換であり，財提供者の自発的な判断で実施されるとみなせるが，財の提供自体が目的となるような交換は，財提供者の自発的な意思による場合と，財取得者ないし第三者の命令に応じる場合とがある．他者の命令による場合，そのような命令がなかった場合に比べて，たとえ命令に応じたとしても財提供者の厚生水準は低い可能性があるが，命令に従わなかった（ために処罰を受ける）場合に比べれば厚生水準は高いはずであり，そのような厚生の低下を避けるための財の提供は，それ自体が目的となる．本論文では，他者の命令によって行われる交換を「被強制的な交換」と定義し，財の提供自体を目的に自発的に行われる交換を「利他的な交換」と呼ぶことにする．

租税に基づく政府の経済活動に代表されるように，被強制的な交換はその社会ないし共同体全体を巻き込んで行われ，一度政治権力の下に集中したものが改めて個々の成員に再分配される，集中的な交換である．これに対して，他の交換形態の場合には，大規模災害の被災者に対する寄付や，整備された株式市場での取引のように，一度に多数の参加者が集中して交換を実施する場合もあるが，多くの贈与や市場交換では，比較的少数の参加者，典型的には2者の間で交換が行われる．株式市場などは高度に発達した市場経済の象徴のような存在ではあるが，本論文では集中的な交換全般を「再分配」と定義し，貨幣が媒介となる市場交換とは区別する[2)]．というのも，集中的な交換を実現するためには，事前に交換手続きに関して全参加者間の合意が成立している必要があり，それは一種の社会契約，政治プロセスとみなせるからである．つまり，本論文では，政治的なプロセスによって実現される交換のことを再分配と呼び，比較的少数の間で分散的に行われる贈与や市場交換など他の交換と区別することにする．

最後に，「贈与」と「市場交換」の区別であるが，本論文では市場交換を限定的に定義し，贈与については，再分配でも市場交換でもない交換をすべて含む「その他」の扱いとする．市場交換の満たすべき要件は，利己的な交換であり，少数の間で行われることに加えて，同じ相手との取引が一度で完結し，次々と取引相手が入れ替わっていくことが含まれる．これは，共同体内部における相互扶助的な交換関係と区別するためであり，固定的な参加者間で，継続して行われる交換については「互酬的な贈与」と呼ぶことにする．

2）本論文の定義では，ワルラスの競り人市場は政治的な再分配の場ということになる．そのため，ワルラス市場では貨幣が必要ないのである．

以上の定義より，すべての交換は，目的および自発性の点で「利己的」(手段的)，「利他的」(目的的)，「非強制的」(義務的) の3種類に，参加者の範囲で集中的な交換である「再分配」と分散的な交換の2種類に分類され，さらに，分散的な交換は，取引の継続性によって単発的な交換と継続的な交換である「互酬的な贈与」の2種類に分類される．そして「市場交換」は「利己的」，分散的かつ単発的な交換と定義される．これに対して，限られた参加者間で，それぞれは財の取得を主な目的としているにもかかわらず，贈与と返礼の形式で継続的に行われる交換は，以上の分類では「利己的」，分散的ではあるが継続的な交換となり，「利己的な互酬的贈与」と呼ばれることとなる．親から子へ，子から孫へと一方的に贈られる交換は，「利他的」，分散的かつ単発的な交換であり，政府と国民との間の，納税と行政サービスの提供の交換は，「非強制的」，集中的な交換であって「非強制的な再分配」と呼ばれることになる．

以上の諸交換のうち，「利他的」な交換と「非強制的」な交換は，交換の意思や強制力の存在それ自体を議論の対象としなければ，交換を実現するためのインセンティブ（動機付け）は財の提供そのものに存在するため，特に論じる必要はない[3)]．これに対して，交換を手段と考え，将来の財の取得を目的とする「利己的」な交換の場合には，財の提供自体がコストであることから，個別主体にはそれを節約したいという欲求が生じる．そのため，交換がきちんと実現するためには，個別主体がインチキをせず，きちんと財の提供を行った方が結果的に得であると思わせるようなメカニズム，インセンティブが機能していなければならない．このインセンティブの問題は，ゲーム理論による分析が最も適していることから，次節では，本節で定義した「市場交換」のゲーム分析を行う．

3.「市場交換」のモデル

「欲求の二重の一致」(double coincidence of wants) が成立していない場合，貨幣によって媒介される「市場交換」は，まず自らの所有する財を「売り」，しかる後に自らの求める財を「買う」という，2つの交換で完結することになる．「市場交換」では，「売り」と「買い」で別々の相手と財を交換するので，各人を2つの交換をつなぐ1つの鎖の輪とみなすと，そのような鎖で結ばれた，同じ貨幣によって媒介される1本の「交換の連鎖」が観察できる．本節では，このような「市場交換の連鎖」を，簡単な世代重複ゲームと

3) 人類学や社会学は，「利他的」な贈与について，どうして人々がそのような贈与に対する選好 = 価値判断を行うようになったのかを主な議論の対称とし，政治学は，「非強制的」な贈与について，どのようにそのような強制力 = 権力が成立するのかを議論していると考えられる．

してモデル化し，貨幣の情報代替能力がどのようなものであるかを説明する．

経済に0から順番に番号付けされた無限人のプレーヤーが存在している状況を考える．各プレーヤーは1番目のプレーヤー（以下ではプレーヤー1と呼ぶ）から番号順に逐次的に行動するものとし，第i番目のプレーヤー（以下ではプレーヤーiと呼ぶ）が行動する時点を第i期と呼ぶことにする[4)]．各プレーヤーは，自分の行動する時点において，それぞれ異なる種類の財を1単位保有している．財は分割不可能であり，1単位ごとに消費や交換を行うものとする．これらの財は，正確にはサービスであり，次期以降に持ち越すことはできないとする．そのため，代表的なプレーヤーiの取り得る行動，すなわち自らの初期保有財である財iの使い道は，(1) 直前に行動したプレーヤー$i-1$に贈与する（対価なしにあげてしまうこと，以下では行動gと呼ぶ），または，(2) 自分で消費する（以下では行動cと呼ぶ），のいずれかとなる．プレーヤーiが財$j\,(j=i,i+1)$を消費して得られる利得u_{ij}は

$$u_{ij}=\begin{cases} u^* & \text{if} \quad j=i+1 \\ u_a & \qquad\; j=i \end{cases}$$

であり，何も消費できないときの利得水準は0（ゼロ）とする．u^*，u_aは$0<u_a<u^*$を満たすとする．つまり，プレーヤーiは自分自身の財を消費するよりも，次に行動するプレーヤー$i+1$の財を消費する方が望ましいと考えている[5)]．

以上のモデルでは，各人は次に行動するプレーヤーの保有する財を受け取って消費できるならば，自分がもともと保有している財は譲り渡してもよいと考えているが，次に行動するプレーヤーに対して，自分やそれ以前のプレーヤーの保有していた財を対価として渡すことができないため，いわゆる直接的な物々交換によって望ましい資源配分を実現することは不可能である．つまり，このモデルは「欲求の二重の一致」が完全に欠如している状態を表している．ここで，もしプレーヤー0が費用なしに保存・譲渡可能な「貨幣」と呼ばれる財を保有していれば，第1期にプレーヤー0と1との間で貨幣と財1とが交換され，第2期にはプレーヤー1と2との間で貨幣と財2とが交換され，…，という，貨幣が交換の媒介となって，望ましい財の配分が実現するようなゲームの均衡が存在することは簡単に確かめられる．しかし，後述するように，本論文の主張は「貨幣は財ではなく一種の情報媒体である」ことから，本節では「特殊な財」としての貨幣と一般の

4) プレーヤー0はプレーヤー1から財を受け取るだけで，自ら行動することはない．

5) 自分の初期保有財を消費する時点と，次に行動するプレーヤーから贈与された財を消費する時点とは1期間ずれることになるが，ここでは各プレーヤーに時間選好がない，またはu^*が時間選好で割り引かれた後の値であると考える．

財との交換は考えず，「贈与」か「自家消費」かの選択を考え，利己的な各プレーヤーが自発的に贈与を行うための条件を考える．

以上の状況を，多人数多段階の逐次行動ゲームとして定式化する．この世界には，情報の不確実性以外の不確実性は存在せず，第1期においてプレーヤー1の到達する可能性のある情報集合 (information set) はただ1つである．プレーヤー1は自身の行動空間 (action space) $A_1 = \{g, c\}$ の中から自らの行動 (action) $a_1 \in A_1$ を選択する．次の第 $2, 3, \cdots,$ 期には，プレーヤー $2, 3, \cdots,$ が自らのいる情報集合 (information set) $S_2, S_3, \cdots,$ に応じて行動 $a_2, a_3, \cdots,$ を選択することとなる．プレーヤー $2, 3, \cdots,$ の行動空間 $A_2, A_3, \cdots,$ も A_1 と同じく $\{g, c\}$ となる．各プレーヤーの到達する可能性のある情報集合については後で詳しく述べる．

プレーヤー $i\,(i = 1, 2, \cdots)$ の利得 u_i は，自分自身のとった行動 a_i と次のプレーヤー $i+1$ のとる行動 a_{i+1} の組 (a_i, a_{i+1}) に応じて一意に定まり，以下の表1の通りに与えられるものとする．

表1　第2節「市場交換」ゲームにおけるプレーヤー i の利得表

		プレーヤー $i+1$ の行動	
		g	c
プレーヤー i の行動	g	u^*	0
	c	$u^* + u_a$	u_a

すなわち，自分自身では贈与せずに自家消費し，なおかつ次のプレーヤーから贈与を受ける (c, g) の場合の利得 $u^* + u_a$ が最も望ましく，自分が贈与をしたにもかかわらず次のプレーヤーから贈与を受けられない場合 (g, c) の利得 0 が最悪であり，自分が贈与して次のプレーヤーから贈与を受けられる場合 (g, g) の利得 u^* の方が，自分が自家消費して次のプレーヤーから贈与を受けられない場合 (c, c) の利得 u_a よりも大きい．

各段階でのプレーヤーの情報集合を決定する情報構造については，次の5つの異なったケースをそれぞれ考え，相互に比較するものとする．

［ケース 1］：完全情報の場合

各プレーヤーは自分の前に手番の来たすべてのプレーヤーのとった行動について完全な情報を持っている．このとき，任意のプレーヤー i は自分より前に行動したすべてのプレーヤー $j\,(j = 1, 2, \cdots, i-1)$ の行動 $a_j \in \{g, c\}$ に関して，完全に正確なシグナル $s_{ij} = s_j = a_j \in \{g, c\}$ を得て，情報集合 $S_i \equiv \{s_{i1}, \cdots, s_{ii-1}\} = \{a_1, \cdots, a_{i-1}\}$ に到達する．

［ケース 2］：公的情報の場合

任意のプレーヤー i は，自分の前に手番の来た任意のプレーヤー $j\,(j=1,2,\cdots,i-1)$ の行動 $a_j \in \{g,c\}$ について，確率 $p\,(0<p<1)$ で $s_{ij}=s_j=a_j$ と正しい情報を伝え，確率 $1-p$ で $s_{ij}=s_j=a_j^{-1} \neq a_j$ と誤った情報を伝えるシグナル s_j を受け取る．ただし，s_j はプレーヤー j の後に手番の来るすべてのプレーヤー $i\,(i=j+1,j+2,\cdots)$ に共通に伝わる．

このケースでは，s_j はプレーヤー j の行動に関してこの経済にただ一つ存在する公的シグナル（public signal）になっており，任意のプレーヤー i の情報集合 S_i は不完全な公的シグナルの列 $\{s_1,\cdots,s_{i-1}\}$ で表される．

$p=1$ の場合には，情報が完全に正確な完全情報のケースに等しくなる．

［ケース 3］：限定的完全情報の場合

任意のプレーヤー i は，自分の前に手番の来た任意のプレーヤー $j\,(j=1,2,\cdots,i-1)$ の行動について，完全に正確なシグナル $s_j=a_j$ を受け取るか，全く情報を持たないかのいずれかであり，プレーヤー i がプレーヤー $j\,(<i)$ の行動について完全に正確なシグナル $s_j=a_j$ を受け取るときには，j 以後 i 以前に行動するすべてのプレーヤー $k\,(j \leq k < i)$ もまたプレーヤー j の行動について完全に正確なシグナル $s_j=a_j$ を受け取る．

このケースの特殊例として，任意のプレーヤー i は，自分の前に手番の来た任意のプレーヤー $j\,(j=1,2,\cdots,i-1)$ の行動について，

(1) そのプレーヤーの手番 j が，所与のパラメーター l に対して $i-j \leq l$ を満たすほど十分近ければ，プレーヤー j のとった行動について完全に正確なシグナル $s_j=a_j$ を受け取る．

(2) $i-j>l$ となるほど遠ければ，プレーヤー j のとった行動について全く情報を持たない．

というものが考えられる．これは，各プレーヤーが有限の過去についてのみ知っている状況を表しており，任意のプレーヤー i の情報集合 S_i は，$i \leq l$ なら完全に正確なシグナルの列 $\{s_1,\cdots,s_{i-1}\}$ で，$i>l$ なら完全に正確なシグナルの部分列 $\{s_{i-l},\cdots,s_{i-1}\}$ で表される．

［ケース 4］：互いに独立な私的情報の場合

任意のプレーヤー i は，自分の前に手番の来た任意のプレーヤー $j\,(j=1,2,\cdots,i-1)$ の行動 $a_j \in \{g,c\}$ について，確率 $p\,(0<p<1)$ で $s_{ij}=a_j$ と正しい情報を伝え，確率 $1-p$ で $s_{ij}=a_j^{-1} \neq a_j$ と誤って伝えるようなシグナル s_{ij} を受け取る．ただし，s_{ij} はプレーヤー i に固有のものであり，プレーヤー j の行動 a_j に関して，その後の各プレーヤー $i\,(i=j+1,j+2,\cdots)$ が受け取るシグナル s_{ij} は，異なる i に関して互いに独立の確率分布に従うため，任意の $i,k>j$ について，$2p(1-p)$ の確率で $s_{ij} \neq s_{kj}$ となる可能性

がある．

このケースでは，過去のプレーヤーの行動に関して各プレーヤーはそれぞれ異なった歴史を観察し，任意のプレーヤー i の情報集合 S_i は不完全な私的シグナルの列 $\{s_{i1}, \cdots, s_{i,i-1}\}$ で表される．

［ケース 5］：直前のプレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報の場合

任意のプレーヤー i は，自分の前に手番の来た任意のプレーヤー $j\,(j=1,2,\cdots,i-1)$ の行動 a_j について，もし直前のプレーヤー $i-1$ がシグナル $s_{i-1,j} \in \{g, c\}$ を受け取っていた場合，確率 $p\,(0<p<1)$ で $s_{ij}=s_{i-1,j}$ と直前のプレーヤーが受け取ったものと同じ情報を伝え，確率 $1-p$ で $s_{ij} \neq s_{i-1,j}$ と異なる情報を伝えるようなシグナル s_{ij} を受け取る．プレーヤー j の行動 a_j に関して，その後の異なる 2 人のプレーヤー $i, k > j$ が異なるシグナルを受け取る確率は，i と k との差が大きくなるほど大きくなる．

このケースもケース 4 と同様に，過去のプレーヤーの行動に関して各プレーヤーはそれぞれ異なった歴史を観察し，任意のプレーヤー i の情報集合 S_i は不完全な私的シグナルの列 $\{s_{i1}, \cdots, s_{i,i-1}\}$ で表される．

以上のすべてのケースにおいて，ゲームがそのよう情報構造を持っていることがすべてのプレーヤーの共有知識（common knowledge）になっていることを仮定する．

均衡概念として完全ベイズ均衡を用いると，以上のモデルにおいて，財の交換が一切起こらない自家消費戦略均衡がすべての情報構造において常に存在することは簡単に証明できる．また，とりうる戦略の範囲を混合戦略にまで広げた場合には，直前のプレーヤーの行動についてのみ十分に正確な情報が存在すれば，少なくとも最初のプレーヤー 1 は必ず贈与を行う均衡が存在することが Bhaskar（1998）において示されている[6)]．しかし，実際に贈与を行う主体にとって，贈与と自家消費が無差別である混合戦略均衡の状態は，現実の市場交換における各主体の状況とは全く異なるように思われる．よって本論文では，議論の対象を，少なくとも最初のプレーヤー 1 については財の交換が必ず生じる純粋戦略均衡（以下では交換均衡と呼ぶ）に限定する．

議論の簡単化のため，考慮する戦略の種類も，以下のような限られたものに限定する．プレーヤー i の到達しうるすべての情報集合 S_i からなる集合を H_i とおくと，プレーヤー i の戦略 $a_i : H_i \to A_i$ とは，情報集合 S_i を行動 a_i に対応させる関数であり，その情報集合 S_i は，個々の要素 s_{ij} が g または c であるような $i-1$ 個の要素からなる集合である．

6）均衡の成り立つ基本的なメカニズムは，各プレーヤーにとって贈与 g と自家消費 c とがちょうど無差別となるように，贈与 g を行う確率をシグナルに応じて変える（ことができる）というものである．Bhaskar（1998）の主な主張は，そのような混合戦略均衡が，Harsanyi（1973）の確率摂動の存在の下では保持されない，ということである．

このとき，数列 $S_i = \{s_{i1}, \cdots, s_{i,i-1}\}$ は，最後尾より，すべての要素が g であるような部分列 $G_{i1} = \{s_{i,i-g_{i1}}, \cdots, s_{i,i-1}\}, G_{i2} = \{s_{i,i-\sum g_{i2}-c_{i1}}, \cdots, s_{i,i-1-g_{i1}-c_{i1}}\}, \cdots, G_{in} = \{s_{i,i-\sum g_n - \sum c_{in-1}}, \cdots, s_{i,i-1-\sum g_{i,n-1}-\sum c_{i,n-1}}\}$ と，すべての要素が c であるような部分列 $C_{i1} = \{s_{i,i-g_{i1}-c_{i1}}, \cdots, s_{i,i-1-g_{i1}}\}, C_{i2} = \{s_{i,i-\sum g_{i2}-\sum c_{i2}}, \cdots, s_{i,i-1-\sum g_{i2}-c_{i1}}, \cdots, C_{in} = \{s_{i,i-\sum g_{in}-\sum c_{in}}, \cdots, s_{i,i-1-\sum g_{in}-\sum c_{in-1}}\}$ とに分割することができる[7]．ここで $\sum g_{in}$ は $\sum g_{in} = \sum_{j=1}^{n} g_{ij}$，$\sum c_{in}$ は $\sum c_{in} = \sum_{j=1}^{n} c_{ij}$ と定義され，g_{ij} はすべての要素が g である j 番目の部分列 G_{ij} の要素数，c_{ij} はすべての要素が c である j 番目の部分列 C_{ij} の要素数をそれぞれ表す．本論文で考察の対象とする戦略は，プレーヤー i のとるべき行動 a_i が，C_{i1} の要素数 c_{i1} と G_{i1} の要素数 g_{i1} のみの関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ で表せるものに限定する[8]．

以上の仮定の下で，ケース1〜5としてまとめた情報に関するそれぞれの仮定の下で，交換均衡の存在の有無を検証していく．初めに，完全情報および p が十分に大きな公的情報のケースでは，すべてのプレーヤー i の戦略 a_i が c_{i1} と g_{i1} のみの関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ になっているような交換均衡が，確かに存在することを示す．

［命題1］

完全情報，および p が

$$p \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{u_a + u^*}{u^*} \tag{1}$$

を満たすほど精度の高い公的情報のケースでは，すべてのプレーヤー i の戦略 a_i が c_{i1} と g_{i1} のみの関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ で表せる交換均衡が存在する．

［証明］

すべてのプレーヤー i が，自分より前に行動したすべてのプレーヤーの行動が g であるとの公的情報を得た場合（$s_1 = s_2 = \cdots s_{i-1} = g$）にのみ行動 g を行い，それ以外の場合には行動 c を行うというトリガー戦略に従っている状況を考える．この戦略は「任意の $n \in \{1, 2, \cdots, \}$ および $m \in \{0, 1, 2, \cdots\}$ について $a_i(0, m) = g$ かつ $a_i(n, m) = c$」と，c_{i1} と g_{i1} のみの関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ として表すことができる．また，プレーヤー1の情報集合 S_1 は常に空集合であることから，その部分列 $C_{1,1}$ も明らかに空集合であり $c_{1,1} = 0$ となる．よって必ず $a_1 = a_1(0, m) = g$，すなわち，すべてのプレーヤーがこのトリガー戦略に従う均衡は交換均衡である．

7）部分列 $G_1, G_2, \cdots, G_n$ および $C_1, C_2, \cdots, C_n$ は直前の情報からより遠い過去に向かって $1, 2, \cdots$ と番号が振られており，G_1 が末尾，C_n が先頭である．ただし $g_1 = 0$ ならば G_1 は空集合になって C_1 が末尾，$\sum_{j=1}^{n} g_j + \sum_{j=1}^{n-1} c_j = i - 1$ なら C_n は空集合になって G_n が先頭となる．

8）この限定により，Sekiguchi (1997) および Bhashar and Obara (2002) で用いられた「信念ベースの」戦略，および Matsushima (2004) で用いられたレヴュー戦略は，本論文の考察の対象外となる．

次に，他のすべてのプレーヤーがこのトリガー戦略に従っているとき，プレーヤー i もまたこのトリガー戦略に従うインセンティブを考える．はじめに，$(c_{i1}, g_{i1}) = (0, m)$, $m \geq 0$ を満たす情報集合において，行動 g を行ったときの期待利得は pu^*，行動 c を行ったときの期待利得は $u_a + (1-p)u^*$ となることから，不等式（1）が成り立つ場合には行動 g が最適となる．次に，$(c_{i1}, g_{i1}) = (n, m), m \geq 0, n \geq 1$ を満たす情報集合において，行動 g を行ったときの期待利得は $(1-p)u^*$，行動 c を行ったときの期待利得は $u_a + pu^*$ となることから，どのような $u^*, u_a, p \in [0,1]$ の下でも，行動 c が最適となる．よって，プレーヤー i にはこのトリガー戦略から逸脱するインセンティブはない．

［証明終］

公的情報の場合，プレーヤー同士の協調行動に関する障害は，個々のプレーヤーの行動に関する情報が直後のプレーヤーに伝わる際に生じる，一つの情報に関して一回限りの不確実性に限られるため，個々の情報の精度が十分高ければ，公的情報に基づく協調行動によって交換均衡が実現するのである．

続いて，異なる種類の情報の不完全性が存在する場合の交換均衡の可能性を考察するのであるが，考察すべき戦略の範囲は，完全情報のケースで交換均衡をサポートするようなもの十分であると考えられることから，あらかじめ，完全情報のケースにおいて，すべてのプレーヤー i の戦略 a_i が c_{i1} と g_{i1} のみの関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ になっているような交換均衡が存在するとき，関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ が満たすべき条件を考えることとする．

［命題 **2**］

完全情報のケースで，すべてのプレーヤー i の戦略 a_i が c_{i1} と g_{i1} のみの関数 $a_i(c_{i1}, g_{i1})$ になっているような交換均衡が存在するなら，各プレーヤーの均衡戦略の集合 $\{a_i(c_{i1}, g_{i1})\}_{i=1}^{\infty}$ は，以下の条件（1）～（5）を満たさなければならない．

（1）$a_i(0, i-1) = g$．すなわち，今まで c を行ったプレーヤーが 1 人もいない（$c_{i1} = 0$）場合には，行動 g を行う[9]．

（2）$a_i(1, 0) = c$．すなわち，自分の直前のプレーヤーが，その前のプレーヤーが g を行っているにもかかわらず c を行っている場合には，行動 c を行う[10]．

（3）もし $a_i(1,1) = g$ なら $a_i(2,0) = g$ であり，逆に $a_i(2,0) = g$ なら $a_i(1,1) = g$．この条件は，均衡戦略の下で，自分の 2 人前のプレーヤーが c を行っているにも関わらず，自分の直前のプレーヤーが g を行っているときには自分が g を行う場合には，2 人前のプレーヤーと直前のプレーヤーがともに c を行っているときにも自分が g を行

9）$c_{i1} = 0$ の場合，自動的に $g_{i1} = i - 1$ となる．

10）$C_{2,1} = 1$，すなわち，プレーヤー 1 が c を行った場合，条件（2）はプレーヤー 2 が c を行うことを意味する．

うことを意味する.

(4) 任意の $n \geq 2$ について，もし $a_i(n,0) = g$ なら，$a_{i+1}(n,1) = g$ かつ $a_{i+1}(n+1,0) = c$ であり，逆に $a_{i+1}(n,1) = g$ かつ $a_{i+1}(n+1,0) = c$ なら $a_i(n,0) = g$．この条件は，均衡戦略の下で，直前のプレーヤーまで n 人連続で c を行っているときに，自分が g を行う場合には，直後のプレーヤーは，その状況で自分が g を行ったときには g を行い，c を行った場合には c を行うこと，およびその逆を意味する.

(5) 任意の $m, n \geq 1$ について，$a_i(n,m) = a_{i+1}(n,m+1)$．この条件は，均衡戦略の下で，自分の $m+1$ 人前までのプレーヤーまで n 人連続で c を行っているときに，直前のプレーヤーが g を続けた場合に自分がとるべき行動と，その状況で自分もまた g を続けたときに直後のプレーヤーがとるべき行動とが一致することを意味する.

[証明]

背理法を用い，均衡戦略に関する上記の条件（1）～（5）を満たさないような戦略を行うプレーヤーの存在が均衡条件と矛盾することを示して，命題を証明する.

初めに，（1）の条件が満たされず，あるプレーヤー $i(\geq 2)$ の戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ が，$a_i(0,\cdot i-1) = c$ であると仮定する．このとき，その直前に行動するプレーヤー $i-1$ の期待利得を考えると，$(c_{i-1,1}, g_{i-1,1}) = (0, i-2)$ という情報集合において $a_{i-1} = g$，すなわち行動 g を行った場合には，次の期にプレーヤー i は情報集合が $(c_{i1}, g_{i1}) = (0, i-1)$ に到達し，仮定より行動 c を行うことから，期待利得はゼロとなるのに対して，$a_{i-1} = c$，すなわち行動 c を行った場合には，少なくとも自家消費から u_a の期待利得を得られることから，プレーヤー $i-1$ にとっては $a_{i-1}(0, i-2) = c$，すなわち $(c_{i-1,1}, g_{i-1,1}) = (0, i-2)$ という情報集合では行動 c をとることが最適となる.

同様の考察を，次に $a_{i-1}(0, i-2) = c$ の仮定の下でプレーヤー $i-2$ について行うと $a_{i-2}(0, i-3) = c$ が最適となり，これを仮定してプレーヤー $i-3$ を考えると $a_{i-3}(0, i-4) = c$ が最適となり，…，とバックワードインダクションを用いると，結局，プレーヤー1にとっては行動 c をとることが最適となる．これは，交換均衡の条件 $a_1 = g$ と矛盾することから，$a_i(0, i-1) = c$ となるプレーヤー $i(\geq 2)$ が存在するような交換均衡は存在しないことがわかる.

次に条件（2）が満たされず，$a_i(1,0) = g$ となるプレーヤー $i(\geq 2)$ が存在すると仮定する．このとき，情報集合 $(c_{i-1,1}, g_{i-1,1}) = (0, i-2)$ に到達したプレーヤー $i-1$ が行動 a_{i-1} を行った場合の期待利得 $\pi(a_{i-1}; 0, i-2)$ を考えると，$a_i(0, i-1) = a_i(1,0) = g$ であることから，$\pi(g; 0, i-2) = u^*$ および $\pi(c; 0, i-2) = u_a + u^*$ となって $a_{i-1} = c$ の方が望ましいことになる．ところが，$a_{i-1}(0, i-2) = c$ は条件（1）に反しているため，そのような交換均衡は存在しない．よって，$a_i(1,0) = c$ となるようなプレーヤー i が存在す

るような交換均衡は存在しない．

次に条件（3）が満たされず，$a_i(1,1)=g$ かつ $a_i(2,0)=c$ となるプレーヤー $i(\geq 2)$ が存在すると仮定する．このとき，情報集合 $(c_{i-1,1}, g_{i-1,1})=(1,0)$ に到達したプレーヤー $i-1$ が行動 a_{i-1} を行った場合の期待利得 $\pi(a_{i-1};1,0)$ を考えると，$\pi(g;1,0)=u^*$ および $\pi(c;1,0)=u_a$ となることから $a_{i-1}=g$ が最適となるが，$a_{i-1}(1,0)=g$ は条件（2）と矛盾するので，$a_i(1,1)=g$ かつ $a_i(2,0)=c$ となるプレーヤー $i(\geq 2)$ が存在するような交換均衡は存在しない[11)]．

次に条件（4）が満たされず，ある $n\geq 2$ について，$a_i(n,0)=g$ となるプレーヤー $i(\geq 2)$ と，$a_{i+1}(n,1)=c$ または $a_{i+1}(n+1,0)=g$ となるプレーヤー $i+1$ が共存していると仮定する．ここで，プレーヤー $i+1$ の戦略を所与として，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1})=(n,0)$ に到達したプレーヤー i が行動 a_i を行った場合の期待利得 $\pi(a_i;n,0)$ を考えると，$a_{i+1}(n,1)=c$ が成り立つ場合には，$\pi(g;n,0)=0$ となるため $a_{i+1}(n+1,0)$ の値に関わらず c を行うのが最適となり，$a_{i+1}(n+1,0)=g$ が成り立つ場合には，$\pi(c;n,0)=u_a+u^*$ と実現可能な最大の利得を得ることから，やはり，$a_{i+1}(n,1)$ の値に関わらず $a_i=c$ が最適となるが，これは当初の仮定である $a_i(n,0)=g$ と矛盾する．

次に条件（5）が満たされず，ある $m,n\geq 1$ について，$a_i(n,m)\neq a_{i+1}(n,m+1)$ となるプレーヤー $i(\geq 2)$ とプレーヤー $i+1$ の組が存在すると仮定する．初めに，$a_{i+1}(n,m+1)=g$ のときに，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1})=(n,m)$ に到達したプレーヤー i が行動 a_i を行った場合の期待利得 $\pi(a_i;n,m)$ を考えると，仮定より $\pi(g;n,m)=u^*$ であり，条件（2）より $\pi(c;n,m)=u_a$ となることから，$a_i=g$ が最適となるが，これは当初の仮定である $a_i(n,m)\neq a_{i+1}(n,m+1)=g$ と矛盾する．同様に，$a_{i+1}(n,m+1)=c$ のときに，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1})=(n,m)$ に到達したプレーヤー i が行動 a_i を行った場合の期待利得 $\pi(a_i;n,m)$ を考えると，仮定より $\pi(g;n,m)=0$ であり，条件（2）より $\pi(c;n,m)=u_a$ となることから，$a_i=c$ が最適となるが，これは当初の仮定である $a_i(n,m)\neq a_{i+1}(n,m+1)=c$ と矛盾する．

［証明終］

命題２の条件（1）より，交換均衡においては，どれほど後に行動するプレーヤーであっても，今まで c を行ったプレーヤーがいないかどうか，必要であれば最初のプレーヤー１にまで遡って調べる必要があることがわかる．そのため，どれほどわずかな情報の欠落でも，協調を阻害する可能性がある．また，それだけ調べるべき情報が多いことから，個々の情報について誤っている可能性がどれほど小さなものであっても，情報全体では

11）$a_i(1,1)=a_i(2,0)=g$ の場合には，プレーヤー i の行動はプレーヤー $i-1$ の行動に関する情報 s_{i-1} に依存しないことから，$a_{i-1}=a_{i-1}(1,0)=c$ であって，交換均衡とは矛盾しない．

常に相当の誤りが存在するため，やはり協調を阻害する可能性がある．以下では，それらの直感が正しいかどうかを厳密に確かめるが，その際，完全情報のケースで交換均衡をサポートできない戦略まで考察する必要はないと考えられる．そこで以下では，各プレーヤーの戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ が均衡戦略の満たすべき条件（1）～（5）を満たすとき，その戦略を「交換戦略」と呼ぶこととし，すべてのプレーヤーが交換戦略に従う交換均衡のみを考察の対象とする．また，すべてのプレーヤーが同じ戦略 $(a_i(n,m)=a(n,m)\,\text{for all}\,i,m,n)$ に従っている交換均衡は，対称交換均衡と呼ぶこととする．

命題２の結果を用いると，限定的完全情報の下では交換戦略による対称交換均衡は存在しないことが示される．

［命題 **3**］

限定的完全情報の下では，交換戦略による交換均衡は存在しない[12)]．

［証明］

背理法により，交換均衡を実現するためには，交換戦略 $a(\cdot,\cdot)$ が両立できない２つの条件を満たさなければならないことを示して，命題を証明する．

ある $i,j(<i)$ について，プレーヤー $1,2,\cdots,i-1$ は，自分より前に行動する全てのプレーヤーの行動について正確な情報を持っており，プレーヤー i は，プレーヤー $1,2,\cdots,j-1,j+1,\cdots,i-1$ の行動については正確な情報を持っているが，プレーヤー j の行動に関しては全く情報を持っていないとする．$j=i-1$ ならば，プレーヤー $i-1$ が g,c のどちらを行っても，プレーヤー i の行動は変わらないため，プレーヤー $i-1$ は情報集合に関わらず常に c を行う．これは $a_{i-1}(0,m)=c$ を意味するため，交換均衡が存在しないことは明らかである．よって，$j<i-1$，および $j<k\leq i-1$ である任意のプレーヤー k がプレーヤー $i-1$ に関する正確な情報を持っていることを仮定する．

初めに，プレーヤー i が $s_1=s_2=\cdots=s_{j-1}=s_{j+1}=s_{j+2}=\cdots=s_{i-1}=g$，すなわち観察可能な限りすべてのプレーヤーが行動 g を行っているとの情報集合に到達するケースを考える．利己的交換戦略に従っている限り，プレーヤー i はこの情報集合では行動 g を行うことになる．ここで，プレーヤー i はプレーヤー j に関して何の情報ももっておらず，戦略をその行動 a_j に依存させることができないことから，一つ前に行動するプレーヤー $i-1$ の行動もまたシグナル $s_j(=a_j)$ に依存しない．よって，プレーヤー $i-1$ の戦略が $(c_{i-1,1},g_{i-1,1})$ のみの関数として表現できる場合には，$a_{i-1}(0,i-2)=a_{i-1}(1,i-j-2)=g$ が成り立つことになる．プレーヤー $i-1$ の戦略が s_j に依存しないことから，その前に行動するプレーヤー $i-2$ の行動も s_j に依存せず，$a_{i-2}(0,i-$

12) Bhaskar (1998), Theorem 1 は，この命題と同様の命題であるが，実行可能なあらゆる純粋戦略を考察する代わりに，将来のプレーヤーに行動を知られないプレーヤーが無限に存在することを仮定している．

$2) = a_{i-2}(1, i-j-2) = g$ が成り立つ．バックワードインダクションにより，結局，$a_{j+2}(0, j+1) = a_{j+2}(1,1) = g$ が成り立つことになる．

以上の準備に基づいて，第1段階としてプレーヤー j の戦略が交換戦略の条件（1）を満たして $a_j(0, j-1) = g$ となるための条件を考えると，明らかに $a_{j+1}(1,0) = c$ でなければならない．ところが，$a_{j+2}(1,1) = g$ が成り立つことから，命題2の条件（3）より $a_{j+2}(2,0) = g$ が成り立たなければならない．すると，命題2の条件（4），（5）より，任意の $k = 3, 4, \cdots, i-j-1$ について，$a_{j+k}(2, k-2) = g$ が成り立つ．完全情報の場合には $k = i-j$ の場合にもこの式が成り立つはずであるが，プレーヤー i は行動 a_j を観察できないことから，$k = i-j-1$ について $a_{i-1}(2, i-j-3) = g$ が成り立つためには，$a_i(1, i-j-2) = g$ が成り立たなければならない．すると，条件（5）より，任意の $k = 3, 4, \cdots, i-j-1$ について，$a_{j+k}(1, k-2) = g$ が成り立つこととなる．

次に第2段階として，プレーヤー $j+1$ の戦略が交換戦略の条件（1）を満たして $a_{j+1}(0, j) = g$ となるための条件を考えると $a_{j+2}(0, j+1) = g$ かつ $a_{j+2}(1,0) = c$ となる．前者は命題2の条件（1）であることから常に成り立つと仮定すると，条件 $a_{j+3}(1,1) = g$ が成り立つ場合には，$a_{j+2}(1,0) = c$ が成り立つためには $a_{j+3}(2,0) = g$ が成り立たなければならない．よって，条件（4），（5）より，任意の $k = 4, 5, \cdots, i-j$ について，$a_{j+k}(2, k-3) = g$ が成り立つこととなる[13)]．

次に第3段階として，第1段階で求められた条件 $a_{j+2}(2,0) = g$ が成り立つための条件を考えると，$a_{j+3}(2,1) = g$ かつ $a_{j+2}(3,0) = c$ となる．このうち前者は第1段階で考察した $a_j(0, j-1) = g$ の必要条件なので満たされていると仮定し，後者が成り立つ条件を考えると，第2段階の考察より $a_{j+4}(2,1) = g$ が成り立つことから，$a_{j+2}(3,0) = c$ が成り立つためには $a_{j+4}(4,0) = g$ が成り立たなければならず，よって第1段階と同様の考察より，任意の $k = 4, 5, \cdots, i-j-1$ について，$a_{j+k}(4, k-4) = g$ が，$k = i-j$ の場合には $a_i(3, i-j-4) = g$ が，よって，任意の $k = 5, 6, \cdots, i-j-1$ について，$a_{j+k}(3, k-4) = g$ が成り立たなければならないことがわかる．

次に第4段階として，第2段階で求められた条件 $a_{j+3}(2,0) = g$ が成り立つための条件を考えると $a_{j+4}(2,1) = g$ かつ $a_{j+4}(3,0) = c$ となる．ここで第3段階の考察より $a_{j+5}(3,1) = g$ が成り立つことから，第2段階と同様の考察より，任意の $k = 5, 6, \cdots, i-j$ について，$a_{j+k}(4, k-5) = g$ が成り立たなければならないことがわかる．

以上の考察を順に繰り返していくと，2以上の任意の自然数 n について，第 $2n-1$ 段階の考察では，第 $2n-3$ 段階で求められた条件 $a_{j+2n-2}(2n-2, 0) = g$ の必要条件である

13) ここでは $a_j = g$ の場合を考察しているので，第1段階と異なりプレーヤー i についても同じように考えることができる．

$a_{j+2n-1}(2n-2,1)=g$ かつ $a_{j+2n-1}(2n-1,0)=c$ について，前者は第 $2n-3$ 段階で考察された $a_{j+2n-4}(2n-4,0)=g$ の必要条件であり，また後者については，第 $2n-2$ 段階の考察より $a_{j+2n}(2n-1,1)=g$ が成り立つことから，$a_{j+2n}(2n,0)=g$ がその必要条件となる．よって第1段階と同様の考察より，任意の $k=0,1,\cdots,i-j-2n-1$ について，$a_{j+2n+k}(2n,k)=g$ が，$k=i-j-2n$ の場合には $a_i(2n-1,i-j-2n)=g$ が，よって，任意の $k=1,2,\cdots,i-j-2n-1$ について，$a_{j+2n+k}(2n-1,k)=g$ が成り立たなければならないことがわかる．さらに第 $2n$ 段階の考察では，第 $2n-2$ 段階で求められた条件 $a_{j+2n-1}(2n-2,0)=g$ の必要条件である $a_{j+2n}(2n-2,1)=g$ かつ $a_{j+2n}(2n-1,0)=c$ について．前者は第 $2n-2$ 段階で考察された $a_{j+2n-3}(2n-4,0)=g$ の必要条件であり，後者については，第 $2n-1$ 段階の考察より $a_{j+2n+1}(2n-1,1)=g$ が成り立つことから，$a_{j+2n+1}(2n,0)=g$ がその必要条件となる．よって第1段階と同様の考察より，任意の $k=1,2,\cdots,i-j-2n$ について，$a_{j+2n+k}(2n,k-1)=g$ が成り立たなければならないことがわかる．

以上の考察より，$i-j=2n$，つまり i と j との差が偶数である場合には，第 $i-j-1(=2n-1)$ 段階で $a_{i-1}(i-j-1,0)=c$ となるための条件として，プレーヤー i は行動 a_j を観察できないことから，$a_i(i-j-2,1)=c$ または $a_i(i-j-1,0)=g$ が成り立たなければならないのに対して，第 $i-j(=2n)$ 段階では $a_i(i-j-2,1)=g$ かつ $a_i(i-j-1,0)=c$ が成り立たなければならないが，両者は同時に成り立つことができないことから，交換均衡は存在しない．同様に，$i-j=2n+1$，つまり i と j との差が奇数である場合にも，第 $i-j-1(=2n)$ 段階で $a_{i-1}(i-j-2,0)=c$ となるための条件として，$a_i(i-j-2,1)=c$ または $a_i(i-j-1,0)=g$ が成り立たなければならないのに対して，第 $i-j(=2n+1)$ 段階では，プレーヤー i は行動 a_j を観察できないことから，$a_{i-1}(i-j-1,0)=g$ となるための条件として，$a_i(i-j-2,1)=g$ かつ $a_i(i-j-1,0)=c$ が成り立たなければならないが，両者は同時に成り立つことができないことから，交換均衡は存在しない．

[証明終]

限定的完全情報のケースでは，あるプレーヤー i にとって，プレーヤー j の行動が観察できず，よって j の行動 a_j に依存してとるべき行動を変えることができない場合，それ以前に行動するプレーヤーは，自分自身は行動 a_j を正確に知っているにもかかわらず，その最適戦略は行動 a_j に依存しない．そのため，将来のプレーヤーに自分の行動結果が知られないプレーヤー j，またはその直後のプレーヤー $j+1$ に対して，適切な状況で行動 g を行わせるインセンティブを与えることができない．それが，限定的完全情報の下で交換均衡が存在しない理由となる．

次に，各プレーヤーの受け取る情報が互いに独立な私的情報の場合にも，交換均衡は存

在しないことを証明する．

［命題 4］

互いに独立な私的情報のケースでは，交換戦略による交換均衡は存在しない[14]．

［証明］

交換均衡では，プレーヤー1は常に行動 g を行い，それを後続のプレーヤー $2, 3, \cdots$ は正しく予想しているはずである．ここでプレーヤー2が，プレーヤー1の行動について $s_{21} = c$ という誤ったシグナル s_{21} を得る情報集合 $(c_{21}, g_{21}) = (1, 0)$ に到達した場合を考える．交換均衡が成り立つためには，交換戦略の条件（2）より $a_2(1,0) = c$ が成り立たなければならない．ところが，次の期にプレーヤー3の受け取るプレーヤー1の行動についてのシグナル s_{31} は，プレーヤー2のシグナル s_{21} とは独立の確率分布に従うことから，プレーヤー3の到達する情報集合 $(s_{31}, s_{32}) \in \{(g,g), (g,c), (c,g), (c,c)\}$ の到達確率もまたシグナル s_{21} とは独立となる．

そのため，プレーヤー2は，シグナル s_{21} とは無関係に，$a_1 = g$（または $a_1 = c$）という予想に基づいて行動 a_2 を決定する．これは $a_2(0,1) = a_2(1,0) = g$ または $a_2(0,1) = a_2(1,0) = c$ のいずれか一方が必ず成り立つことと同値である．ところが，プレーヤー2の戦略について上記のいずれが成り立ったとしても，プレーヤー1の期待利得は行動 c を行う場合の方が大きくなるため，$a_1 = g$ という交換均衡の仮定と矛盾する．

［証明終］

互いに独立な私的情報の場合，個々のプレーヤーが観察する以前のプレーヤーの行動に関する情報は全くそのプレーヤーに特有なものであるため，後続のプレーヤーと協調するためのサインとして利用することができない．そのため，互いに独立な私的情報の場合，プレーヤー1の段階で最適な行動が交換戦略から逸脱してしまうのである．

直前のプレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報の場合，名称は「直前のプレーヤーの情報とのみ」とされているが，実際には直後のプレーヤーの情報とも高い相関を持つため，一見協調のためのシグナルとして利用可能なように思われる．しかし，完全情報や公的情報の場合に交換均衡となりえる唯一の戦略であった交換戦略では，交換均衡を実現することはできないことが証明できる．

［命題 5］

直前のプレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報のケースでは，すべてのプレーヤーが交換戦略に従う交換均衡は存在しない．

14）　この命題は，Ishihara（1997），Proposition 2 の特殊ケースである．

[証明]

初めに，この私的情報のケースでは，有限の n と厳密に正の m について $a_i(n,m)=c$ となるような戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ は交換均衡とならないことを証明する．

[補題 1]

直前のプレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報のケースで，すべてのプレーヤーが交換戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ に従う交換均衡が存在するなら，任意のプレーヤー i，および任意の有限の $n\in\{0,1,2,\cdots,\}$ および $m\in\{1,2,\cdots\}$ について $a_i(n,m)=g$ となる．

[証明]

全てのプレーヤー i が交換戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ に従う交換均衡では，任意の $n\in\{0,1,2,\cdots,\}$ について $a_i(0,n)=g$ が成り立たなければならないので，初めに，そのための必要条件を考える．

情報集合 (c_{i1},g_{i1}) に到達したプレーヤー i が行動 a_i を行ったとき，次の期にプレーヤー $i+1$ の到達する情報集合 $(c_{i+1,1},g_{i+1,1})$ で $c_{i+1,1}=n\,(n=0,1,2,\cdots)$ かつ $g_{i+1,1}=m\,(m=0,1,2,\cdots)$ となる確率を $q_m(n;a_i,c_{i1},g_{i1})\equiv\mathrm{Prob}(c_{i+1,1}=n\,\mathrm{and}\,g_{i+1,1}=m|a_i,c_{i1},g_{i1})$, $q_m(n;a_i,c_{i1},g_{i1})$ を m について集計した $c_{i+1,1}=n$ となる確率を $q(n;a_i,c_{i1},g_{i1})\equiv\mathrm{Prob}(c_{i+1,1}=n|a_i,c_{i1},g_{i1})=\sum_{m=0}^{\infty}q_m(n;a_i,c_{i1},g_{i1})$ とおく．このとき，情報集合 $(c_{i1},g_{i1})=(0,i-1)$ について

$$q_m(n;g,0,i-1)=\begin{cases}p^i & n=0\,\mathrm{and}\,m=i\\ p^{m+1}(1-p)^n \quad \text{if} & (n\geq 1\,\mathrm{and})m\leq i-n-1\\ p^m(1-p)^n & m=i-n\end{cases}$$

$$q_m(n;c,0,i-1)=\begin{cases}p^{i-1}(1-p) & n=0\,\mathrm{and}\,m=i\\ p^m(1-p)^{n+1} \quad \text{if} & (n\geq 1\,\mathrm{and})m\leq i-n-1\\ p^{m-1}(1-p)^{n+1} & m=i-n\end{cases}$$

$$q(n;g,0,i-1)=\begin{cases}p^i & n=0\\ p(1-p)^{n-1}-p^{i-n}(1-p)^{n-1}(2p-1) \quad \text{if} & 1\leq n\leq i-2\\ 2p(1-p)^{i-1} & n=i-1\\ (1-p)^i & n=i\end{cases}$$

$$q(n;c,0,i-1)=\begin{cases}p^{i-1}(1-p) & n=0\\ p(1-p)^{n-1}-p^{i-n-1}(1-p)^n(2p-1) \quad \text{if} & 1\leq n\leq i-2\\ (1-p)^{i-2}\{p^2+(1-p)^2\} & n=i-1\\ p(1-p)^{i-1} & n=i\end{cases}$$

が成り立つ．

交換戦略の条件 (2) より，$a_i(\cdot,\cdot)$ の下で，部分列 C_{i1} の要素数 c_{i1} は次の 3 つの部分集合 $N_0, N_1, N_\phi (= (N_0 \bigcup N_1)^c)$ のいずれかに分類されることになる．ただし N_0, N_1, N_ϕ は，それぞれ

$$
\begin{aligned}
&n \in N_0 \quad \text{if} \quad a_i(n,m) = g \quad \text{for all} \quad m \in \{0,1,2,\cdots\} \\
&n \in N_1 \quad \text{if} \quad a_i(n,0) = c \quad \text{and} \quad a(n,m) = g \quad \text{for all} \quad m \in \{1,2,\cdots\} \\
&n \in N_\phi \quad \text{if} \quad a_i(n,m) = c \quad \text{for all} \quad m \in \{0,1,2,\cdots\}
\end{aligned}
$$

という性質を持つ．また，条件 (4) の逆となる条件を考えれば，$n \in N_1$ のとき必ず $n+1 \in N_0$ が成り立つ[15]．この N_0, N_1, N_ϕ を用いると，情報集合 (c_{i1}, g_{i1}) に到達したプレーヤー i が行動 a_i を行ったとき，次の期にプレーヤー $i+1$ の行動 a_{i+1} が $a_{i+1} = a_{i+1}(c_{i+1,1}, g_{i+1,1}) = g$ となる情報集合 $(c_{i+1,1}, g_{i+1,1})$ へ到達する確率 $Q(a_i; N_0, N_1, c_{i1}, g_{i1})$ が，

$$
Q(a_i; N_0, N_1, c_{i1}, g_{i1}) = \left[\sum_{n \in N_0 \bigcup N_1} q(n; a_i, c_{i1}, g_{i1}) - \sum_{n \in N_1} q_0(n; a_i, c_{i1}, g_{i1}) \right]
$$

と表せる．この $Q(a_i; N_0, N_1, c_{i1}, g_{i1})$ を用いると，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1}) = (0, i-1)$ に到達したプレーヤー i が行動 a_i を行ったときの期待利得 $V(a_i; 0, i-1)$ が

$$
\begin{aligned}
V(g; 0, i-1) &= Q(g; N_0, N_1, 0, i-1)u^* \\
V(c; 0, i-1) &= u_a + Q(c; N_0, N_1, 0, i-1)u^*
\end{aligned}
$$

と表される．情報集合 (c_{i1}, g_{i1}) において g を行った場合と c を行った場合との状態遷移の確率差である $\Delta q_m(n; c_{i1}, g_{i1})$, $\Delta q(n; c_{i1}, g_{i1})$, $\Delta Q(N_0, N_1; c_{i1}, g_{i1})$ を，それぞれ

$$
\begin{aligned}
&\Delta q_m(n; c_{i1}, g_{i1}) \equiv q_m(n; g, c_{i1}, g_{i1}) - q_m(n; c, c_{i1}, g_{i1}) \\
&\Delta q(n; c_{i1}, g_{i1}) \equiv q(n; g, c_{i1}, g_{i1}) - q(n; c, c_{i1}, g_{i1}) \\
&\Delta Q(N_0, N_1; c_{i1}, g_{i1}) \equiv \left[\sum_{n \in N_0 \bigcup N_1} \Delta q(n; c_{i1}, g_{i1}) - \sum_{n \in N_1} \Delta q_0(n; c_{i1}, g_{i1}) \right]
\end{aligned}
$$

と定義すれば，交換戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ に従って行動 g を行うことが最適となる条件は

$$
V(g; 0, i-1) \geq V(c; 0, i-1) \Leftrightarrow \Delta Q(N_0, N_1; 0, i-1)u^* \geq u_a \tag{2}
$$

となる．

次に，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1}) = (k, i-k-1)$ から $(c_{i+1,1}, g_{i+1,1}) = (n, m)$ へ移る確率を考

15) 正確にいえば，条件 (4) より求められる「もし $a(n,0) = c$ ならば $a(n,1) = c$ または $a(n+1,0) = g$ である」との条件を用いる．

えると，

$$
\begin{aligned}
&q_m(n;g,k,i-k-1)\\
&=\begin{cases}
p^{i-k}(1-p)^k & n=0\,\text{and}\,m=i\\
p^{m+1}(1-p)^n & n\geq 1\,\text{and}\,0\leq m\leq i-n-k-1\\
p^m(1-p)^{n+1} & m=i-n-k\\
p^{2m+n+k-i}(1-p)^{i-m-k+1} \quad \text{if} & i-n-k+1\leq m\leq \min[i-k,i-n-1]\\
p^{2m+n+k-i}(1-p)^{i-m-k} & m=i-n<i-k\\
p^{i+n-k}(1-p)^{m+k+1-i} & i-k+1\leq m\leq i-n-1\\
p^{i+n-k}(1-p)^{m+k-i} & m=i-n>i-k
\end{cases}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&q_m(n;c,k,i-k-1)\\
&=\begin{cases}
p^{i-k-1}(1-p)^{k+1} & n=0\,\text{and}\,m=i\\
p^{m}(1-p)^{n+1} & n\geq 1\,\text{and}\,0\leq m\leq i-n-k-1\\
p^{m-1}(1-p)^{n+2} & m=i-n-k\\
p^{2m+n+k-i-1}(1-p)^{i-m-k+2} \quad \text{if} & i-n-k+1\leq m\leq \min[i-k,i-n-1]\\
p^{2m+n+k-i-1}(1-p)^{i-m-k+1} & m=i-n<i-k\\
p^{i+n-k-1}(1-p)^{m+k+2-i} & i-k+1\leq m\leq i-n-1\\
p^{i+n-k-1}(1-p)^{m+k+1-i} & m=i-n>i-k
\end{cases}
\end{aligned}
$$

が成り立つ．よって，$q_m(n;a_i,0,i-1)$ と $q_m(n;a_i,k,i-k-1)$ の差は，たかだか「定数 $\times\, p^{i+n-k}$」にとどまる．ここで，k,n が定数であるのに対して，i は無限大に発散する変数であり，また $\Delta Q(N_0,N_1;c_{i1},g_{i1})$ は $q_m(n;a_i,c_{i1},g_{i1})$ の有限回の加法，減法で作られていることから，任意の $\varepsilon>0$ に対して，

$$|\Delta Q(N_0,N_1;0,i-1)-\Delta Q(N_0,N_1;k,i-k-1)|<\varepsilon$$

となる自然数 i が存在する．

他方，$k\in N_\phi$ となる k の場合，戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ は $a_i(k,i-k-1)=c$ を指示することから，戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ が均衡戦略となるためには

$$V(g;k,i-k-1)\leq V(c;k,i-k-1)\Leftrightarrow \Delta Q(N_0,N_1;k,i-k-1)u^*\leq u_a \tag{3}$$

が成り立たなければならない．しかし，不等式 (2) と (3) を同時に満たす u_a/u^* の範囲は，i が無限大に発散するにつれてゼロに収束するため，実際には，不等式 (2) と (3) が同時に満たされることはない．よって，戦略 $a_i(\cdot,\cdot)$ が均衡戦略となるためには $N_\phi=\phi$，すなわち任意の有限の $n\in\{0,1,2,\cdots,\}$ および $m\in\{1,2,\cdots\}$ について $a(n,m)=g$

でなければならない.

[証明終]

補題1と交換戦略の条件（4）より，交換戦略の中で均衡戦略となり得る唯一の戦略は，任意のプレーヤー i について，以下の

「任意の $n \in \{0,1,2,\cdots,\}$ および $m \in \{1,2,\cdots\}$ について

$$a_i(2n,0) = a_i(2n,m) = a_i(2n+1,m) = g \quad \text{かつ} \quad a_i(2n+1,0) = c」$$

を満たす $a_i(\cdot,\cdot)$ となる．E を偶数の集合（$E \equiv \{0,2,4,\cdots,\}$），$O$ を奇数の集合（$O \equiv \{1,3,5,\cdots,\}$）とおけば，この条件を満たす戦略 a の下では，$N_0 = E$, $N_1 = O$, $N_\phi = \phi$ となる．

ここで，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1}) = (i-1, 0)$ を考えると，状態遷移確率は

$$q_m(n;g,i-1,0) = \begin{cases} p(1-p)^{i-1} & n = 0 \text{ and } m = i \\ p^{n-1}(1-p)^2 & \text{if} \quad (1 \leq n \leq i-1 \text{ and})\ m = 0 \\ p^{n+1}(1-p)^m & 1 \leq m \leq i-n-1 \\ p^{n+1}(1-p)^{m-1} & m = i-n \end{cases}$$

$$q_m(n;c,i-1,0) = \begin{cases} (1-p)^i & n = 0 \text{ and } m = i \\ p^n(1-p)^{m+1} & \text{if} \quad (1 \leq n \leq i-1 \text{ and})\ m \leq i-n-1 \\ p^n(1-p)^n & m = i-n \end{cases}$$

$$q(n;g,i-1,0) = \begin{cases} p(1-p)^{i-1} & n = 0 \\ p^{n-1}(1-p) - p^n(1-p)^{i-n-1}(2p-1) & \text{if} \quad 1 \leq n \leq i-2 \\ p^{i-2}\{p^2 + (1-p)^2\} & n = i-1 \\ p^{i-1}(1-p) & n = i \end{cases}$$

$$q(n;c,i-1,0) = \begin{cases} (1-p)^i & n = 0 \\ p^{n-1}(1-p) - p^{n-1}(1-p)^{i-n}(2p-1) & \text{if} \quad 1 \leq n \leq i-2 \\ 2p^{i-1}(1-p) & n = i-1 \\ p^i & n = i \end{cases}$$

となり，次の期にプレーヤー $i+1$ の行動 a_{i+1} が $a_{i+1} = a_{i+1}(c_{i+11}, g_{i+11}) = g$ となる情報集合 (c_{i+11}, g_{i+11}) への到達確率の差 $\Delta Q(E,O;i-1,0)$ は

$$\Delta Q(E,O;i-1,0) = \begin{cases} p^{i-1}(1+p)(2p-1) - \dfrac{(2p-1)(1-p^i)}{(1+p)(1-p)} & \text{if} \quad i \in \{4,6,8,\cdots\} \\ p^{i-1}(1+p)(2p-1) - \dfrac{(2p-1)(1-p^{i+1})}{(1+p)(1-p)} & i \in \{3,5,7,\cdots\} \end{cases} \tag{4}$$

となる．

他方，補題 1 の条件を満たす交換戦略に従えば，$i(\geq 4)$ が偶数のとき，情報集合 $(c_{i1}, g_{i1}) = (i-1, 0)$ に到達したプレーヤー i は g を行わなければならない．プレーヤー i に g を行うインセンティブを与える条件は

$$V(g; i-1, 0) \geq V(c; i-1, 0) \Leftrightarrow \varDelta Q(E, O; i-1, 0)u^* \geq u_a \tag{2'}$$

である．ところが，i が偶数のとき，$i+1$ は奇数であるため，情報集合 $(c_{i+11}, g_{i+11}) = (i, 0)$ に到達したプレーヤー i は c を行わなければならない．プレーヤー $i+1$ に c を行うインセンティブを与える条件は

$$V(g; i-1, 0) < V(c; i-1, 0) \Leftrightarrow \varDelta Q(E, O; i, 0)u^* \geq u_a \tag{3'}$$

であるが，$i+1$ は奇数であることから，(4) 式より

$$\varDelta Q(E, O; i-1, 0) = \varDelta Q(E, O; i, 0) = p^{i-1}(1+p)(2p-1) - \frac{(2p-1)(1-p^i)}{(1+p)(1-p)}$$

となるため，(2′) と (3′) を同時に満たすような p は存在しない．

以上の議論より，直前のプレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報のケースでは，すべてのプレーヤーが同一の利己的交換戦略に従う交換均衡が存在しないことが証明された．

[証明終]

直前のプレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報の場合，観察される以前のプレーヤーの行動に関する情報は，単体としては後続のプレーヤーの情報と高い相関を持っているため，情報量が少ない場合には後続のプレーヤーと協調するためのサインとして利用可能である．ところが，行動を観察しなければならないプレーヤーの数が増えてくると，後続のプレーヤーの持つ情報との相違が，比率は変わらないが，絶対量としては増加する．命題 3 が示すように，交換均衡が実現するためには，過去のすべてのプレーヤーに関する情報に応じて行動を変更する必要があるため，後続のプレーヤーの情報との相違が絶対量で増えることにより，協調するためのサインとして利用することが困難になるのである．

本来は，シグナル s_{ij} の分布が真の行動 a_j と直前のプレーヤーのシグナル $s_{i-1,j}$ の両方に依存するより一般的なケースについて考察しなければならないが，命題 4，5 より，暫定的にではあるが，「私的情報の実に基づく交換均衡は存在しない」と結論付けることができる．つまり，純粋に情報のみによって市場交換を実現するためには，交換ゲームに参加する全てのプレーヤーが共有できる，全てのプレーヤーの行動に関する公的情報が必

要なのである．

今までの議論は，各プレーヤーの戦略を「ゲームの歴史」，すなわち，過去のプレーヤーの行動に関する個別情報全体の集合から行動への関数として考えてきた．しかし，よくよく考えてみれば，各プレーヤーにとって必要な情報は，財を贈与する相手が，本当に贈与すべき相手か，それとも贈与しないことで処罰すべき相手なのか，つまり，相手が「よい」か「悪い」かの二者択一の選択を指示する情報である．それ以前の過去のプレーヤーに関する情報は本来必要ないのである．ところが，「よい」か「悪い」かを「ゲームの歴史」から判断するためには，上で述べたように，好感に参加するすべてのプレーヤーの行動に関して，万人が共通に確認できる公的な情報が必要となる．そのような情報の生産は，よほど小さな社会か，または十分に発達した政府の存在を必要とする．

そこで，小さな社会を超えて未発達な行政制度の下で広範な市場交換を行うために，「ゲームの歴史」に関する情報そのものではなく，その代替物を創造する十分なインセンティブが生じることとなる．必要な情報は，財を贈る相手が「よい」か「悪い」かの区別であり，「よい」相手とは，その前に「よい」相手に対して贈与を行ったプレーヤーのことである[16)]．つまり，直前のゲームにおける財の受け手の状態（「よい」または「悪い」）と，財の出し手の行動（「贈与」または「自家消費」）に応じて，現在のゲームにおける財の受け手（＝直前のゲームにおける財の出し手）の状態が決定するような状態シグナルのシステムがあれば，「ゲームの歴史」に関する公的情報の代わりとなって，交換均衡を実現できる可能性がある．そこで，次のような状態シグナルのシステムを考える[17)]．

[ケース 6]：今期の「状態」と行動から来期の「状態」が決まる状態シグナルのある場合

任意のプレーヤー i について，プレーヤー $i+1$ の観察するプレーヤー i の「状態」$s_{i+1}(\in \{G, B\})$ は，その生起確率が，プレーヤー i の観察するプレーヤー $i-1$ の「状態」s_i と，プレーヤー i の行動 a_i に関する次のような関数 $s(s_i, a_i)$ である．

$$s(G,g) = \mathrm{Prob}(s_{i+1} = G | s_i = G, a_i = g) = p$$

$$s(B,g) = \mathrm{Prob}(s_{i+1} = G | s_i = B, a_i = g) = 1 - p$$

$$s(G,c) = \mathrm{Prob}(s_{i+1} = G | s_i = G, a_i = c) = 1 - p$$

$$s(B,c) = \mathrm{Prob}(s_{i+1} = G | s_i = B, a_i = c) = 1 - p.$$

以上のような状態シグナルのシステムが存在し，かつプレーヤー 1 の観察する「状態」

16) ここでは，「悪い」相手に対して贈与を行わず「罰」を与えたプレーヤーも，「よい」相手に対して贈与を行わなかったプレーヤーと同様に「悪い」プレーヤーというシグナルを高い確率で得る．

17) Sekiguchi (1997) や Bhaskar and Obara (2002) の「信念ベースの」戦略では，信念の値が本論文における状態シグナル，すなわち貨幣の役割を果たしているように思われる．

s_1 が必ず $s_1 = G$ であるケースでは，$g = a(G)$ および $c = a(B)$ となる戦略 $a : \{G, B\} \to \{g, c\}$ によって，交換均衡が実現できる．

[命題 **6**]

ケース 1〜5 のような過去のプレーヤーの行動に関する直接の情報は，公的・私的を問わず全く存在しないが，ケース 6 のような状態シグナルのシステムが存在し，そのパラメーター p が不等式（1）を満たす場合には，プレーヤー 1 の観察する「状態」s_1 が $s_1 = G$ であれば，すべてのプレーヤー i の戦略 a_i が，$g = a(G)$，$c = a(B)$ となる関数 $a : \{G, B\} \to \{g, c\}$ で表される対称交換均衡が存在する．

[証明]

すべてのプレーヤー i が上記の戦略 a に従う均衡が存在するなら，$s_1 = G$ よりプレーヤー 1 は必ず $a_1 = g$，すなわち贈与を行うため，そのような均衡は交換均衡である．

次に，各プレーヤーのインセンティブを調べる．プレーヤー 1 の観察するシグナル s_1 は $s_1 = G$ であることから，プレーヤー 1 が戦略 a に従って行動 g を行った場合の期待利得は pu^*，戦略 a から逸脱して行動 c を行った場合の期待利得は $u_a + (1-p)u^*$ となることから，不等式（1）が成り立つ限り，プレーヤー 1 は戦略 a に従う方が望ましい．次に，プレーヤー i の期待利得であるが，シグナル $s_i = G$ を観察した場合には，戦略 a に従って g を行った場合には pu^*，逸脱して c を行った場合には $u_a + (1-p)u^*$ となることから，不等式（1）が成り立つ限り戦略 a に従う方が望ましい．$s_i = B$ を観察した場合には，プレーヤー i の行動がプレーヤー $i+1$ の観察するシグナル s_{i+1} の生起確率に何の影響も及ぼさず，よってプレーヤー $i+1$ の行動にも何の影響を及ぼさないことから，戦略 a に従って c を行うことは最適な行動となる．よって，他のすべてのプレーヤーが上記の戦略 a に従って行動するとき，任意のプレーヤーにとって戦略 a に従うことが最適となる．

[証明終]

実は，ケース 6 のような状態シグナルは最も効率的な状態シグナルではない．というのも，あるプレーヤー i がシグナル $s_i = G$ を観察して正しく贈与を行った（$a_i = g$）にも関わらず，次のプレーヤー $i+1$ がシグナル $s_{i+1} = B$ を観察した場合，プレーヤー $i+1$ が正しく罰を下した（$a_{i+1} = c$）としても，次にシグナル $s_{i+2} = G$ が観察され，正常な交換が復活する確率は $1-p$ と非常に小さい，つまり，一度誤った情報により交換が途絶すると，再び交換が始まるまでに長い期間待たなければならない可能性がある．これに対して，ケース 6 の状態シグナル s とは状態 B で c を行った場合のみ $\mathrm{Prob}(s_{i+1} = G | s_1 = B, a_i = c) = p$ と生起確率が異なり，その他の場合には同じ生起確率となる状態シグナルのシステムが存在すれば，やはり交換均衡が存在し，かつ，誤ってシグナル B が観察さ

れた場合に，次のプレーヤーで交換が復活する確率もpと高くなるため，社会的な平均利得は大きくなる．

しかし，人類はそのようなより効率的な状態シグナルのシステムを生み出すことができなかった．人類が生み出すことのできたシステムは「富（wealth)」という状態に関する，ケース6のようなシグナルのシステムである．この「富」システムの下では，当初何のシグナルも帯びていない（=「富」を持たない）者であっても，「富を持つ」というシグナルを帯びたものに対して，財を贈ってその代わりに「富」を受け取ることで，「富を持つ」というシグナルを帯びることができる．しかし，「富」を持たないものに対しては，どのように行動しても「富を持つ」ことはできないのである．

この「富」のシグナルのシステムが機能するためには，「富を持つ」ことを表し，財を贈ったものに受け渡すことが可能なシグナルの媒体が必要である．それが貨幣である．貨幣とは，「交換の歴史」を正しく記録する情報の媒体ではなく，「交換の歴史」の不完全な代替物である情報システムとしての「富」システムにおいて，「富」シグナルを表す媒体として機能しているのである．この「富」システムは，「富」を表す媒介として，プレーヤー0によって「外部」から持ち込まれた貨幣に依存しているため，取引相手が貨幣を持っていない場合，「偶然」によって外部から貨幣を持ち込まない限り，何をしても新たに「富」シグナルを帯びることができず，一度途切れた交換を再開することができない非効率なシステムである．この事実こそ，現代経済における貨幣をめぐる諸問題の根本原因である．

以上の分析により，前節で定義した意味での「市場交換」は，1本の「交換の連鎖」の全歴史を記録した精度の高い公的な情報が存在するか，または，貨幣によって媒介される「富」システムのような，状態シグナルのシステムが存在する場合にのみ実現可能なことが示された．精度の高い公的な情報を遠い過去に遡って確保することは非常に困難であることから，本節の分析により，分散的な市場交換には貨幣が必要不可欠であることが示されたといっても過言ではない．では，そのように市場交換に不可欠な貨幣はどのようにして生み出されたのだろうか？　貨幣がなければ市場（交換）は存在しないだけでなく，市場にとって貨幣は「外部」の存在であることから，市場の中に見つかるのは市場にとっての貨幣の必要性だけであり，貨幣の起源を求めることは不可能である．

これに対して，楊枝（2003）は，古代経済史研究において「貨幣の起源が商品交換取引に歴史的に先行する貸付取引にあるという史実」に注目した貨幣理論を説明している．それは，農民間の種子の貸付が，単なる贈り物（互酬的贈与）ではなく利付き貸付として行われるようになると，財の品質や尺度の標準が必要となり，そこから，あらゆる返済に共通の尺度，価値標準としての計算貨幣（money of account）が生み出された，というもの

である．それは，紀元前3000年ごろの古代シュメール文明にまで遡り，紀元前7世紀ごろのリディアにおける金貨鋳造をはるかに先行する．つまり，異なる財・サービスの市場交換がなされる以前に，同種の財の異時点間の交換が行われ，その際に「債務額を表すもの」，シグナルとしての貨幣が用いられていた，ということである．

一回の貸借で完結する現代と同様の貸借取引は，現在財と将来財との市場交換であるため，同時点における財・サービスの市場交換（あるいは物々交換）に先行して行われていたとは考えにくい．そのため，種子の「貸付」とその「返済」について，楊枝（2003）の議論をそのまま受け入れるのではなく，農村共同体における互酬的な贈与の繰り返しであると考えた方がより適切であるように思われる．次節では，互酬的な贈与の繰り返しゲームを考察し，「利己的な互酬的贈与」の場合には，市場交換と同様に公的情報か「富」システムのいずれかが必要であることを示すことで，貨幣が「利己的」（手段的）な交換一般の前提条件となることを論証する．

4.「利己的な互酬的交換」のモデル

「利己的な互酬的交換」は，閉じた少数の主体間で相互に贈与が繰り返される際に，現在行う贈与に対し，相手が将来返礼として贈与してくれることを期待して行われる交換である．そのため，贈与交換が有限回しか行われない場合には，最終回には返礼の期待がなく，よって贈与が行われることがないため，結局，はじめから贈与は一切行われないことになる．そこで，「利己的な互酬的交換」は，少数の主体に，贈与の機会が順番に，しかも無限期間に渡って訪れるような無限期間のゲームとしてモデル化されることとなる．本節では，2人の主体間での「互酬的交換」ゲームを考察し，公的情報の代替物としての貨幣の必要性を説明する．

経済に2人のプレーヤーが存在している状況を考える．プレーヤー1は奇数期（$t = 1, 3, 5, \cdots$）に2単位の分割不可能な財を得て，そのうち1単位については必ず自分で消費するが，残りのもう1単位については，自分で消費する（行動c）かプレーヤー2に贈与する（行動g）かを選択できるとする．プレーヤー2は偶数期（$t = 2, 4, 6, \cdots$）に2単位の分割不可能な財を得て，そのうち1単位については，自分で消費するかプレーヤー1に贈与するかを選択できる．プレーヤーi（$i = 1, 2$）の第$i + 2n$期（$n = 0, 1, 2, \cdots$）における行動を$a_{i+2n} \in \{g, c\}$とする．

プレーヤーiが第$i + 2n$期に自分の財を追加的に消費して得られる利得（= 限界効用）の当該期価値はu_aであるのに対して，第$i + 2n + 1$期に相手から贈与された財を消費し

て得られる利得の当該期価値は u^*/β であり，パラメーター u_a, u^*, β は，$u^* > u_a$ および $0 < \beta < 1$ を満たす値であるとする[18]．β は消費が一期間遅れることに対する割引ファクターであり，第 $t+1$ 期に得られた u^*/β の当該期利得の，第 t 期における割引現在価値は u^* となる．プレーヤー i が，第 $t+1$ 期（$t = i + 2n$）に相手から贈与された財を消費して利得を得るのは，相手の贈与が実際に観察されたとき，すなわち $s_{it+1} = g$ の場合であるとすると，プレーヤー $j \neq i$ の戦略 a_2 を所与として，第 t 期（$t = i + 2n$）におけるプレーヤー i の最大期待生涯効用 $V_i(S_{it})$ は

$$V_i(S_{it}) = \max_{\{a_{it}\}} E_t[I(a_t)u_a + (1 - I(s_{it+1}))u^* + \beta^2 V_i(S_{it+1})] \qquad (5)$$

となる．ただし指示関数 $I(\cdot)$ は，$I(g) = 0, I(c) = 1$ となる関数である．

任意の第 t 期におけるプレーヤー $i(=1,2)$ の情報集合 S_{it} を決定する情報構造については，前節と同様の5つの異なったケースをそれぞれ考え，相互に比較するものとする．

［ケース 1］：完全情報の場合

両プレーヤーは，常に，自分の手番以前に両プレーヤーのとった任意の行動について，完全に正確な情報を持っている．このとき，第 t 期（$t = i + 2n$）におけるプレーヤー i は，自分の過去の行動 $\{a_{2k+i}\}_{k=0}^n$ だけでなく，プレーヤー j の過去の行動 $\{a_{2k+j}\}_{k=0}^n$ についても，完全に正確なシグナル $s_{it} = s_t = a_t \in \{g, c\}$ を得て，情報集合 $S_{it} \equiv \{s_{i1}, \cdots, s_{it-1}\} = \{a_1, \cdots, a_{t-1}\}$ に到達する．

［ケース 2］：公的情報の場合

第 t 期において，両プレーヤーは，自分の手番以前に両プレーヤーのとった任意の行動について，確率 p で正しく，確率 $1-p$ で誤っている情報 s_s を共有する．このとき，第 t 期（$t = i + 2n$）におけるプレーヤー i は，自分だけでなくプレーヤー $j \neq i$ の行動も含めて，第 s 期（$s = 1, 2, \cdots, t-1$）に行われた行動 $a_s \in \{g, c\}$ について，確率 $p\,(0 < p < 1)$ で $s_{is} = s_{js} = s_s = a_s$ と正しい情報を伝え，確率 $1-p$ で $s_{is} = s_{js} = s_s = {a_s}^{-1} \neq a_s$ と誤った情報を伝えるシグナル $s_{is} = s_{js} = s_s$ を，プレーヤー j と共有する．情報 s_s の従う確率分布は，時点 s に関して互いに独立であるとする．

このケースでは，s_s は第 s 期に行われた行動 a_s に関してこの経済にただ一つ存在する公的シグナル（public signal）になっており，プレーヤー i の情報集合 $S_{it} \equiv \{s_{i1}, \cdots, s_{it-1}\} = \{s_1, \cdots, s_{t-1}\}$ は，プレーヤー j の $S_{jt} \equiv \{s_{j1}, \cdots, s_{jt-1}\}$ と常に一致する．

18) u^*/β は，一期間中に財の消費量を 0 から 1 に 1 単位増やすことで得られる限界効用，u_a は一期間中の財の消費量を 1 から 2 に 1 単位増やすことで得られる限界効用であるとも考えられる．限界効用が逓減することから「消費の平滑化」の誘因があり，そのために所得の変動に対して自家消費よりも互酬的な贈与が望ましい，というストーリーを，ゲームの背後に想定していることになる．Ostroy and Starr (1990) の第 4 節を参照のこと．

$p=1$ の場合には，情報が完全に正確な完全情報のケースに等しくなる．

[ケース 3]：限定的完全情報の場合

両プレーヤーは，自分の手番以前に両プレーヤーのとった任意の行動について，完全に正確な情報を共有しているか，両プレーヤーとも全く情報を持っていないかのいずれかである[19]．このとき，第 t 期（$t=i+2n$）におけるプレーヤー i は，自分だけでなくプレーヤー $j \neq i$ の行動も含めて，第 s 期（$s=1,2,\cdots,t-1$）に行われた行動 $a_s \in \{g,c\}$ について，完全に正確なシグナル $s_{is}=s_{js}=s_s=a_s$ をプレーヤー j と共有するか，何のシグナルも受け取れないか，のいずれかである．また，第 t 期に共有している情報 $s_{is}=s_{js}=s_s=a_s$ は，その以前の任意の第 k 期（$k=s+1,2,\cdots,t-1$）にも共有しており，第 t 期に受け取れなかった情報 $s_{is}=s_{js}=s_s$ は，その後の任意の第 $t+k$ 期（$k=1,2,\cdots$）にも受け取れない[20]．

[ケース 4]：互いに独立な私的情報の場合

第 t 期において，プレーヤー i は，自分の手番以前に両プレーヤーのとった任意の行動について，確率 p で正しく，確率 $1-p$ で誤っている情報 s_{is} を得るが，公的情報のケースと異なり，情報 s_{is} の従う確率分布は，時点 s だけでなくプレーヤー i に関しても互いに独立である．このとき，両プレーヤーの受け取る情報の組み合わせの確率分布は，

$$\mathrm{Prob}(s_{is}=a_s \,\mathrm{and}\, s_{js}=a_s)=p^2$$

$$\mathrm{Prob}(s_{is}\neq a_s \,\mathrm{and}\, s_{js}=a_s)=\mathrm{Prob}(s_{is}=a_s \,\mathrm{and}\, s_{js}\neq a_s)=p(1-p)$$

$$\mathrm{Prob}(s_{is}\neq a_s \,\mathrm{and}\, s_{js}\neq a_s)=(1-p)^2$$

となることから，シグナル $s_{is}=g$ を観察したときに $a_s=g$ である条件付確率 $\mathrm{Prob}(a_s=g|s_{is}=g)$ と，$s_{is}=c$ を観察したときに $a_s=g$ である条件付確率 $\mathrm{Prob}(a_s=g|s_{is}=c)$ は等しくなる．

このケースでは，過去の両プレーヤーの行動に関して，両プレーヤーがそれぞれ異なった歴史を観察する（$S_{it}\equiv\{s_{i1},\cdots,s_{it-1}\}\neq S_{jt}\equiv\{s_{j1},\cdots,s_{jt-1}\}$）可能性がある．

[ケース 5]：相手プレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報の場合

第 t 期（$t=i+2n$）において，プレーヤー i は，直前に相手プレーヤー j のとった行動 a_{t-1} について，確率 p で正しい情報（$s_{it-1}=a_{t-1}$）を伝え，確率 $1-p$ で誤った情報（$s_{it-1}\neq a_{jt-1}$）を伝えるシグナル s_{it-1} を受け取るが，公的情報や互いに独立な私的情

19）ただし，両プレーヤーとも自分の行った行動については完全な記憶を持っている（perfect recall）ことを仮定する．

20）本節では，両プレーヤーに perfect recall を仮定するので，前節の限定的完全情報のケースのように，「一定期間以上の過去について情報がない」状況は考察の対象外となる．

報のケースと異なり，プレーヤー i の私的情報 s_{it-1} は，確率 p でプレーヤー j の私的情報 s_{jt-1} と等しく（$s_{it-1} = s_{jt-1}$），確率 $1-p$ で異なる（$s_{it-1} \neq s_{jt-1}$）．このとき，両プレーヤーの受け取る情報の組み合わせの確率分布は，

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Prob}(s_{it-1} = a_{t-1} \,\mathrm{and}\, s_{jt-1} = a_{t-1}) = p^2 \\
&\mathrm{Prob}(s_{it-1} \neq a_{t-1} \,\mathrm{and}\, s_{jt-1} = a_{t-1}) = (1-p)^2 \\
&\mathrm{Prob}(s_{it-1} = a_{t-1} \,\mathrm{and}\, s_{jt-1} \neq a_{t-1}) = p(1-p) \\
&\mathrm{Prob}(s_{it-1} \neq a_{t-1} \,\mathrm{and}\, s_{jt-1} \neq a_{t-1}) = p(1-p)
\end{aligned}
$$

となることから，プレーヤー j が自分の行動 a_{t-1} について正しいシグナルを受け取る確率 $\mathrm{Prob}(s_{jt-1} = a_{t-1})$ は，

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Prob}(s_{jt-1} = a_{t-1}) &= \mathrm{Prob}(s_{it-1} = a_{t-1} \,\mathrm{and}\, s_{jt-1} = a_{t-1}) \\
&\quad + \mathrm{Prob}(s_{it-1} \neq a_{t-1} \,\mathrm{and}\, s_{jt-1} = a_{t-1}) \\
&= p^2 + (1-p)^2 < p
\end{aligned}
$$

となる．

このケースもケース 4 と同様に，過去の両プレーヤーの行動に関して，両プレーヤーがそれぞれ異なった歴史を観察する（$S_{it} \equiv \{s_{i1}, \cdots, s_{it-1}\} \neq S_{jt} \equiv \{s_{j1}, \cdots, s_{jt-1}\}$）可能性がある．

プレーヤー $i\,(i, = 1, 2)$ の戦略 a_i は，一般的には第 t 期（$t = i + 2n$）での情報集合 $S_{it} = \{s_{i1}, \cdots, s_{it-1}\}$ に応じて，行動 a_{it} を指示する関数として表される．しかし，本論文では，前節と同様，情報集合である数列 $S_{it} \doteq \{s_{i1}, \cdots, s_{it-1}\}$ を，g のみの部分列 $G_{it1} = \{s_{it-g_{it1}}, \cdots, s_{it-1}\}$，$G_{it2} = \{s_{it-\sum g_{it2}-c_{it1}}, \cdots, s_{it-1-g_{it1}-c_{it1}}\}$，$\cdots$，$G_{itn} = \{s_{it-\sum g_{itn}-\sum c_{itn-1}}, \cdots, s_{it-1-\sum_{itn-1}-\sum c_{itn-1}}\}$ と c のみの部分列 $C_{it1} = \{s_{it-g_{it1}-c_{it1}}, \cdots, s_{it-1-g_{it1}}\}$，$C_{it2} = \{s_{it-\sum g_{it2}-\sum c_{it2}}, \cdots, s_{it-1-\sum g_{it2}-c_{it1}}\}$，$\cdots$，$C_{itn} = \{s_{it-\sum_{itn}-\sum c_{itn}}, \cdots, s_{it-1\sum g_{itn}-\sum c_{itn-1}}\}$ とに分割した上で，最後の 2 つの部分列 C_{it1} と G_{it1} のみに注目し，戦略 a_i が C_{it1} の要素数 c_{it1} と G_{it1} の要素数 g_{it1} のみの関数 $a(c_{it1}, g_{it1})$ になっているものだけを考察の対象とする[21)]．関数 a がプレーヤー i および時点 t に依存しないことから，本節の考察は，前節における対称交換均衡の考察に対応する．

初めに，前節の命題 1 に対応する，完全情報および公的情報の下での交換均衡の存在に関する命題を証明する．

21） 前節と同様，$\sum g_{itn}$ は $\sum g_{itn} = \sum_{j=1}^{n} g_{itj}$，$\sum c_{itn}$ は $\sum c_{itn} = \sum_{j=1}^{n} c_{itj}$ と定義する．

［命題 7］

過去の行動に関する情報が完全情報，すなわちすべての時点 t について $s_{1t} = s_{2t} = a_t$（ここで a_t は，t が奇数の場合にはプレーヤー 1 の行動，偶数ならプレーヤー 2 の行動）が成り立つケース，および公的情報，すなわちすべての時点 t について $s_{1t} = s_{2t} = s_t$ かつ $\mathrm{Prob}(s_t = a_{it}) = p$ が成り立つケースにおいて，p が次の不等式

$$p \geq \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{u_a}{u^*}} + 1\right) \tag{1'}$$

を満たすほど精度の高い場合には，両プレーヤーの戦略 $a_i(\in \{1,2\})$ が c_{it1} と g_{it1} のみの関数 $a(c_{it1}, g_{it1})$ になっているような対称交換均衡が存在する．

［証明］

両プレーヤーが，それまで常に g を行ってきたとの公的情報を得た場合（$s_1 = s_2 = \cdots s_{i-1} = g$）にのみ行動 g を行い，それ以外の場合には行動 c を行うというトリガー戦略に従っている状況を考える．この戦略は

「任意の $n \in \{1, 2, \cdots,\}$ および $m \in \{0, 1, 2, \cdots\}$ について $a(0, m) = g$ かつ $a(n, m) = c$」と，c_{it1} と g_{it1} のみの関数 $a(c_{it1}, g_{it1})$ として表すことができる．また，第 1 期におけるプレーヤー 1 の情報集合 S_1 は空集合であることから，その部分列 $C_{1,1,1}$ も明らかに空集合であり $c_{1,1,1} = 0$ となる．よって必ず $a_{11} = a_1(0, m) = g$，すなわち，両プレーヤーがこのトリガー戦略に従う均衡は交換均衡である．また，価値関数 $V_i(c_{it1}, g_{it1})$ は両プレーヤーで等しくなり，

$$\begin{aligned}
&V(0,m) = p[p\{u^* + \beta^2 V(0, m+2)\} + \beta^2(1-p)V(1,0)] \\
&\qquad\qquad + (1-p)[\beta^2 pV(2,0) + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(1,1)\}] \quad \text{for all} \quad m \in \{0,1,2,\cdots\} \\
&\to V(0,m) = \{p^2 + (1-p)^2\}u^* \\
&\qquad\qquad + \beta^2[p^2 V(0, m+2) + p(1-p)\{V(1,0) + V(2,0)\} + (1-p)2V(1,1)] \\
&V(n,m) = u_a + p[\beta^2 pV(2,0) + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(1,1)\}] \\
&\qquad\qquad + (1-p)[\beta^2 pV(1,0) + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(n, m+2)\}] \\
&\qquad\qquad\qquad \text{for all} \quad m \in \{0,1,2,\cdots\} \quad \text{and} \quad n \in \{1,2,\cdots,\} \\
&\to V(n,m) = u_a + (1-p)u^* + \beta^2[p^2 V(2,0) + p(1-p)\{V(1,0) + V(1,1)\} \\
&\qquad\qquad + (1-p)^2 V(n, m+2)]
\end{aligned}$$

となることから，一般性を失うことなく

$$V(0,m)=V(0)=\{p^2+(1-p)^2\}u^*+\beta^2\{p^2V(0)+(1-p^2)V(1)\}$$
$$=\frac{1}{1-\beta^2p^2}\left[\{p^2+(1-p)^2\}u^*+\frac{\beta^2(1-p^2)\{u_a+(1-p)u^*\}}{1-\beta^2}\right]$$
$$\text{for all}\quad m\in\{0,1,2,\cdots\}$$
$$V(n,m)=V(1)=u_a+(1-p)u^*+\beta^2V(1)$$
$$=\frac{ua+(1-p)u^*}{1-\beta^2}\quad\text{for all}\quad m\in\{0,1,2,\cdots\}\quad\text{and}\quad n\in\{1,2,\cdots,\}$$

とおくことができる．

次に，プレーヤー $j\neq i$ がこのトリガー戦略に従っているとき，プレーヤー $i\,(i=1,2)$ もまたこのトリガー戦略に従うためのインセンティブを考える．情報集合 (c_{it1},g_{it1}) の下で行動 a_t を行ったときの期待利得を $V(a_t;c_{it1},g_{it1})$ と表すこととする．はじめに，$(c_{it1},g_{it1})=(0,m)$, $m\geq 0$ を満たす情報集合において，トリガー戦略に従って行動 g を行ったときの期待利得 $V(g;0,m)$ は

$$V(g;0,m)=V(0)=\{p^2+(1-p)^2\}u^*+\beta^2\{p^2V(0)+(1-p^2)V(1)\}$$

となるのに対して，今期だけトリガー戦略から逸脱して行動 c を行い，次に行動する機会からはトリガー戦略に復帰するときの期待利得 $V(c;0,m)$ は

$$V(c;0,m)=u_a+2p(1-p)u^*+\beta^2[p(1-p)V(0)+\{1-p(1-p)\}V(1)]$$

となることから，両者の差 $\Delta V(0,m)\equiv V(g;0,m)-V(c;0,m)$ は

$$\Delta V(0,m)=V(0)-V(1)=\{p^2+(1-p)^2\}u^*-\{u_a+2p(1-p)u^*\}$$
$$+\beta^2[\{p^2-p(1-p)\}V(0)-\{1-p(1-p)-(1-p^2)\}V(1)]$$
$$\to\Delta V(0,m)=(2p-1)^2u^*-u_a+\beta^2p(2p-1)\{V(0)-V(1)\}$$
$$>(2p-1)^2u^*-u_a$$
$$(\leftarrow V(0)-V(1)=p(2p-1)u^*-u_a+\beta^2p^2\{V(0)-V(1)\}>0)$$
$$\geq 0\quad\text{iff}\quad p\geq\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{u_a}{u^*}}+1\right)$$

となり，不等式 $(1')$ が成り立つことは行動 g が最適となるための十分条件となる．次に，$(c_{it1},g_{it1})=(n,m)$, $m\geq 0, n\geq 1$ を満たす情報集合において，トリガー戦略に従って行動 c を行ったときの期待利得 $V(c;n,m)$ は

$$V(c;n,m)=V(1)=u_a+(1-p)u^*+\beta^2V(1)$$

となるのに対して，今期だけトリガー戦略から逸脱して行動 g を行い，次に行動する機会からはトリガー戦略に復帰するときの期待利得 $V(g;n,m)$ は

$$V(g;n,m)=(1-p)u^*+\beta^2V(1)<V(1)$$

となることから，どのような $u^*,u_a,p\in[0,1]$ の下でも，行動 c が最適となる．よって，プレーヤー i にはこのトリガー戦略から逸脱するインセンティブはない[22)]．

［証明終］

次に，前節の命題 2 に対応する，完全情報の下で交換均衡の均衡戦略が満たすべき条件を考察する．ただし，本節のゲームは，前節の世代重複ゲームと違って，2 プレーヤーの繰り返しゲームであることから，いわゆるフォーク定理が成り立って，均衡経路上で贈与 g だけでなく自家消費 c も生じる非効率な均衡や，自家消費 c の機会が一方のプレーヤーにだけ存在するため両プレーヤーの期待利得が異なる均衡も無数に存在する．それらの均衡をサポートする戦略まで考慮の対象に含めると分析が困難になるため，本論文では，完全情報のケースにおいて，すべてのサブゲームで，両プレーヤーが均衡戦略に従って行動している限り，一度贈与が始まると永久に贈与が行われ続ける「効率交換均衡」をサポートするような対称戦略だけを考察の対象とする[23)]．

［命題 8］

完全情報のケースで，両プレーヤーに共通の戦略 a_i が c_{it1} と g_{it1} のみの関数 $a(c_{it1}, g_{it1})$ になっており，かつ，すべてのサブゲームにおいて，両プレーヤーが均衡戦略に従って行動している限り，一度贈与が始まると永久に贈与が行われ続けるような効率交換均衡，すなわち，次の 2 つの条件

(1) 任意の $m\geq 0$ について $a(0,m)=g$．すなわち，今までどちらのプレーヤーも c を

---

22) 命題 7 は，トリガー戦略以外にも，例えば，両プレーヤーが，c_{it1} が奇数の場合には行動 c を行い $(a(2n,m)=g)$，偶数の場合には g を行う $(a(2n+1,m)=c)$ ような戦略 a に従う場合にも成り立つ．この戦略の下での価値関数 $V(c_{it1},g_{it1})$ は

$$V(2n,m)=V(0)=\{p^2+(1-p)^2\}u^*+\beta^2\{pV(0)+(1-p)V(1)\}$$
$$V(2n+1,m)=V(1)=u_a+\{p^2+(1-p)^2\}u^*+\beta^2\{p^2V(0)+(1-p^2)V(1)\}$$

となり，$(c_{it1},g_{it1})=(2n,m)$ を満たす情報集合での当該戦略と逸脱戦略との期待利得の差は

$$\Delta V(2n,m)=(2p-1)^2u^*-u_a\geq 0 \quad \text{iff} \quad p\geq\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{u_a}{u^*}}+1\right)$$

$(c_{it1},g_{it1})=(2n+1,m)$ を満たす情報集合での当該戦略と逸脱戦略との期待利得の差は

$$\Delta V(2n,m)=u_a>0$$

となって，不等式 (1′) が成り立つ限り当該戦略から逸脱するインセンティブはない．

23) いわゆるトリガー戦略による均衡も，均衡経路以外のすべてのサブゲームにおいて，均衡戦略に従う限り決して g は行われないため，本節の「効率交換均衡」に含まれる．

行っていない（$c_{it1}=0$）場合には，行動 g を行う．

(1′) 任意の $m, n \geq 0$ について，もし $a(n,m)=g$ なら，$a(n,m+1)=g$，すなわち，一度どちらかのプレーヤー i が g を行った場合には，次の期に相手のプレーヤー $j \neq i$ も g を行う．

が満たされる交換均衡が存在するなら，その均衡戦略 $a(c_{it1}, g_{it1})$ は，以下の条件（2）～（5）を満たさなければならない．

(2) $a(1,0)=c$．すなわち，自分が直近の手番で g を行ったにも関わらず，相手がその直後の手番で c を行った場合には，c を行う[24]．

(3) もし $a(1,1)=g$ なら，$a(2,0)=g$ であり，逆に $a(2,0)=g$ なら，$a(1,1)=g$．この条件は，均衡戦略の下で，自分が直近の手番で c を行い，相手がその直後の手番で g を行ったときに自分が c を行う場合には，自分が直近の手番で c を行い，相手がその直後の手番で c を行ったときにも c を行うことを意味する．

(4) 任意の $n \geq 2$ について，もし $a(n,0)=g$ なら，$a(n,1)=g$ かつ $a(n+1,0)=c$ であり，逆に $a(n,1)=g$ かつ $a(n+1,0)=c$ なら $a(n,0)=g$．この条件は，均衡戦略の下で，直前の手番まで n 回連続で交互に c を行っているときに自分が g を行う場合には，相手は，その直後の手番で，自分が g を行ったときに g を行い，c を行った場合には c を行うこと，およびその逆を意味する．

(5) 任意の $m, n \geq 1$ について，$a(n,m)=a(n,m+1)$．この条件は，均衡戦略の下で，$m+1$ 回前の手番まで n 回連続で交互に c を行い，その後 m 回連続で交互に g を行った後に自分がとるべき行動と，その状況で自分がさらに g を続けたときに，次に相手がとるべき行動とが一致することを意味する．

[証明]

背理法を用いて，どちらかのプレーヤーが均衡戦略に関する上記の条件（2）～（5）を満たさないような戦略を行う場合，均衡条件または命題中の条件（1）ないし（1′）と矛盾することを示して，命題を証明する．

初めに，条件（2）が満たされず，$a(1,0)=g$ が成り立っていると仮定する．このとき，$t=i+2n\,(n \in \{0,1,2,\cdots\})$ を満たす $(c_{it1}, g_{it1})=(0,t)$ という情報集合に到達したプレーヤー i が行動 a_t を行った場合の期待利得 $V(a_t;0,t)$ を考えると，プレーヤー i が g を行った場合には，次の期にプレーヤー j が $(c_{it+11}, g_{it+11})=(0,t+1)$ という情報集合に到達して，条件（1）より g を行うことから，

24) $c_{it1}=1$ かつ $g_{it1}=t-2$，すなわち，直前に c を行ったのが第 1 期におけるプレーヤー 1 である場合，条件(2)は，プレーヤー 1 が第 1 期に c を行った場合にプレーヤー 2 が c を行うことを意味する．

$$V(g;0,t) = V(0,t) = u^* + \beta^2 V(0,t+2) = \frac{u^*}{1-\beta^2}$$

となるのに対して，プレーヤー i が c を行った場合には，次の期にプレーヤー j が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (1,0)$ という情報集合に到達して，仮定より g を行うことから，条件 $(1')$ より

$$V(c;0,t) = u_a + u^* + \beta^2 V(1,2) = u_a + \frac{u^*}{1-\beta^2} > V(g;0,t)$$

となって行動 c の方が望ましい，すなわち $a(0,t) = c$ となる．しかし，$a(0,t) = c$ は条件 (1) と矛盾するため，結局，条件 (1) および $(1')$ を満たし，$a(1,0) = g$ が成り立つような交換均衡は存在しない．

次に条件 (3) が満たされず，$a(1,1) = g$ かつ $a(2,0) = c$ が成り立っていると仮定する．このとき，$t = i + 2n\,(n \in \{0,1,2,\cdots\})$ を満たす $(c_{it1}, g_{it1}) = (1,0)$ という情報集合に到達したプレーヤー i が行動 a_t を行った場合の期待利得 $V(a_t;1,0)$ を考えると，プレーヤー i が g を行った場合には，次の期にプレーヤー j が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (1,1)$ という情報集合に到達して，仮定より g を行うことから，条件 $(1')$ より

$$V(g;1,0) = u^* + \beta^2 V(1,2) = \frac{u^*}{1-\beta^2}$$

となるのに対して，プレーヤー i が c を行った場合には，次の期にプレーヤー $j \neq i$ が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (2,0)$ という情報集合に到達して，仮定より c を行う．両プレーヤーの期待利得が対象になる均衡を考察しているので，g を行った場合の期待利得はたかだか $u^*/(1-\beta^2)$ であることから

$$V(c;0,t) = u_a + \beta^2 V(3,0) \leq u_a + \frac{\beta^2 u^*}{1-\beta^2} < V(g;1,0)$$

となって行動 g の方が望ましい，すなわち $a(1,0) = g$ となる．しかし，$a(1,0) = g$ は条件 (2) と矛盾するため，結局，条件 (1) および $(1')$ を満たし，$a(1,1) = g$ かつ $a(2,0) = c$ が成り立つような交換均衡は存在しない[25)]．

次に条件 (5) が満たされず，ある $m, n \geq 1$ について，$a(n,m) \neq a(n,m+1)$ が成り立つと仮定する．条件 $(1')$ より $a(n,m) = g$ なら，$a(n,m+1) = a(n,m) = g$ となることから，$a(n,m) = c$ かつ $a(n,m+1) = g$ の場合だけを考える．このとき，$t = i + 2n\,(n \in \{0,1,2,\cdots\})$ を満たす $(c_{it1}, g_{it1}) = (n,m)$ という情報集合に到達したプレーヤー i が行

25)　$a(1,1) = a(2,0) = g$ の場合には，プレーヤー i が情報集合 $(c_{it1}, g_{it1}) = (1,0)$ に到達したことを所与とすると，次の第 $t+1$ 期のプレーヤー $j \neq i$ の行動は，直前のプレーヤー i の行動に関する情報 s_{jt} に依存しないことから，$a_t = a_t(1,0) = c$ であって，交換均衡とは矛盾しない．

動 a_t を行った場合の期待利得 $V(a_t; n, m)$ を考えると，プレーヤー i が g を行った場合には，次の期にプレーヤー j が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (n, m+1)$ という情報集合に到達して，仮定より g を行うことから，条件（1′）より

$$V(g; n, m) = u^* + \beta^2 V(n, m+2) = \frac{u^*}{1-\beta^2}$$

となるのに対して，プレーヤー i が c を行った場合には，次の期にプレーヤー $j \neq i$ が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (1, 0)$ という情報集合に到達して，条件（2）より c を行うことから

$$V(c; n, m) = u_a + \beta^2 V(2, 0) \leq u_a + \frac{\beta^2 u^*}{1-\beta^2} \leq V(g; n, m)$$

となって行動 g の方が望ましいことになるが，これは当初の仮定 $a(n, m) = c$ と矛盾する．よって $a(n, m) = c$ なら必ず $a(n, m+1) = c$ となり

$$V(g; n, m) = \beta^2 V(1, 0) \leq V(c; n, m) = u_a + \beta^2 V(2, 0) \tag{2}$$

が成り立つ．

次に条件（4）が満たされず，$a(n, 0) = g$ かつ $a(n, 1) = a(n+1, 0)$ が成り立つと仮定する．このとき，プレーヤー i が情報集合 $(c_{it1}, g_{it1}) = (n, 0)$ に到達したことを所与とすると，次の第 $t+1$ 期のプレーヤー $j \neq i$ の行動 a_{t+1} はプレーヤー i の行動 a_t に依存しないことから，g を行った場合と c を行った場合との期待利得の差 $V(g; n, 0) - V(c; n, 0)$ は

$$\begin{aligned} V(g; n, 0) - V(c; n, 0) = \ & -u_a + \beta^2\{V(n, 2) - V(1, 1)\} \quad \text{if} \quad a(n, 1) = a(n+1, 0) = g \\ & -u_a + \beta^2\{V(1, 0) - V(2, 0)\} \qquad\quad a(n, 1) = a(n+1, 0) = c \end{aligned}$$

となる．ここで条件（1′）より任意の m について $a(n, m) = g$ となることから，$V(n, 2) = \max V = u^*/(1-\beta^2) \geq V(1, 1)$ である．また不等式（2）より $\beta^2 V(1, 0) \leq u_a + \beta^2 V(2, 0)$ となる．よって期待利得の差 $V(g; n, 0) - V(c; n, 0)$ は必ず負となって行動 c の方が望ましいことになるが，これは当初の仮定 $a(n, 0) = g$ と矛盾する．すなわち，$a(n, 1) = a(n+1, 0)$ なら必ず $a(n, 0) = c$ となる．

最後に，条件（4）が満たされず，$a(n, 0) = a(n+1, 0) = g$ かつ $a(n, 1) = c$ が成り立つと仮定する．このとき，$t = i + 2n\,(n \in \{0, 1, 2, \cdots\})$ を満たす $(c_{it1}, g_{it1}) = (n, 0)$ という情報集合に到達したプレーヤー i が行動 a_t を行った場合の期待利得 $V(a_t; n, 0)$ を考えると，プレーヤー i が仮定の通り g を行った場合には，次の第 $t+1$ 期にプレーヤー $j \neq i$ が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (n, 1)$ という情報集合に到達して，仮定より c を行うことから，

$$V(g; n, 0) = \beta^2 V(1, 0) \leq \frac{\beta^2 u^*}{1-\beta^2}$$

となるのに対して，プレーヤー i が仮定に反して c を行った場合には，次の期にプレーヤー j が $(c_{it+11}, g_{it+11}) = (n+1, 0)$ という情報集合に到達する．よって，仮定より g を行うことから，条件（$1'$）より

$$V(c; n, 0) = u_a + u^* + \beta^2 V(n+1, 1) = u_a + \frac{u^*}{1-\beta^2} > V(g; n, 0)$$

となって行動 c の方が望ましいことになるが，これは当初の仮定 $a(n,0) = g$ と矛盾する．よって $a(n,0) = g$ なら，必ず $a(n,1) = g$ かつ $a(n+1, 0) = c$ となる．

[証明終]

命題8の結果を受け，交換戦略を，前節と同様に条件（1）～（5）を満たす戦略と定義するが，本節では，（1）～（5）に加えて条件（$1'$）を満たすことも交換戦略の条件とする．このような交換戦略の範囲では，限定的完全情報の下では同一の交換戦略による対称的な効率交換均衡は存在しないことが，市場交換の場合と同様に示される．

[命題 **9**]

限定的完全情報の下では，同一の交換戦略による対称的な効率交換均衡は存在しない[26)]．

[証明]

背理法により，交換均衡を実現するためには，交換戦略 $a(\cdot,\cdot)$ が両立できない2つの条件を満たさなければならないことを示して，命題を証明する．

プレーヤー i が，他の時点でのプレーヤー $j \neq i$ の行動については正確な情報（$s_{it} = a_{jt}$）を受け取るが，ある時点 $t = 2n + i - 1\,(n = 0, 1, 2, \cdots)$ に関しては，その時点におけるプレーヤー j の行動について全く情報を持たないとする．このとき，時点 t でプレーヤー j が g, c のどちらを行っても，次の第 $t+1$ 期にプレーヤー i が到達する情報集合は変わらないので，プレーヤー j は情報集合に関わらず常に c を行う．これは効率交換均衡の条件に反している．そのため，交換戦略に基づく効率交換均衡は存在しない．

[証明終]

両プレーヤーの受け取る情報が互いに独立な私的情報の場合にも，限定的完全情報の場合と同様，効率交換均衡は存在しない．

[命題 **10**]

互いに独立な私的情報のケースでは，同一の交換戦略による対称的な効率交換均衡は存

26）この命題は，前節の命題3と異なり，限定的完全情報の下で協調的な均衡が全く存在しないことを意味しない．一方のプレーヤーについて情報の得られない連続期間が十分に短ければ，シグナルを得る期には交換戦略に従い，シグナルを得られない期には必ず自家消費 c を行う均衡が存在することは容易に証明できる．

在しない.

[証明]

交換均衡では，第1期においてプレーヤー1は常に行動 g を行い，それを第2期においてプレーヤー2は正しく予想しているはずである．ここでプレーヤー2が，第1期におけるプレーヤー1の行動について $s_{21} = c$ という誤ったシグナル s_{21} を得る情報集合 $(c_{2,1}, g_{2,1}) = (1,0)$ に到達した場合を考える．交換均衡が成り立つためには，交換戦略の条件（2）より $a(1,\cdot 0) = c$ が成り立たなければならない．ところが，プレーヤー1の受け取る第1期におけるプレーヤー1の行動についてのシグナル s_{11} は，プレーヤー2のシグナル s_{21} とは独立の確率分布に従うことから，第3期にプレーヤー1が到達する情報集合 $(s_{11}, s_{12}) \in \{(g,g),(g,c),(c,g),(c,c)\}$ への到達確率もまたシグナル s_{21} とは独立となる．

そのため，プレーヤー2は，シグナル s_{21} とは無関係に，$a_1 = g$（または $a_1 = c$）という予想に基づいて行動 a_2 を決定する．これは $a(0,1) = a(1,0) = g$ または $a(0,1) = a(1,0) = c$ のいずれか一方が必ず成り立つことと同値である．ところが，プレーヤー2の戦略について上記のいずれが成り立ったとしても，プレーヤー1の期待利得は行動 c を行う場合の方が大きくなるため，$a_1 = g$ という交換均衡の仮定と矛盾する．

[証明終]

相手プレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報についても，交換均衡を実現することはできないことが証明できる．

[命題 11]

相手プレーヤーの情報とのみ相関を持つ私的情報のケースでは，同一の交換戦略に従う対称交換均衡は存在しない．

[証明]

情報に関する仮定より，プレーヤー i にとって，相手プレーヤー $j(\neq i)$ が第 t 期に特定の情報集合 S_{jt} に到達する確率は，自分の到達した情報集合 S_{it} のみの関数であり，自分の実際の行動や，相手の行動に関する期待には依存しない．そのため，第 t 期（$t = i + 2n$）に情報集合 (c_{it1}, g_{it1}) に到達したプレーヤー i が行動 a_t を行ったとき，次の第 $t+1$ 期にプレーヤー $j(\neq i)$ の到達する情報集合 (c_{jt+11}, g_{jt+11}) で $c_{jt+11} = n\,(n = 0,1,2,\cdots)$ かつ $g_{jt+11} = m\,(m = 0,1,2,\cdots)$ となる確率を $q_m(n; a_t, c_{it1}, g_{it1}) \equiv \mathrm{Prob}(c_{i+11} = n \,\mathrm{and}\, g_{i+11} = m | a_t, c_{it1}, g_{it1})$，$q_m(n; a_t, c_{it1}, g_{it1})$ を m について集計した $c_{it+11} = n$ となる確率を $q(n; a_t, c_{it1}, g_{it1}) \equiv \mathrm{Prob}(c_{it+11} = n | a_t, c_{it1}, g_{it1}) = \sum_{m=0}^{\infty} q_m(n; a_t, c_{it1}, g_{it1})$ とおくと，情報集合 $(c_{it1}, g_{it1}) = (0, t-1)$, $(k, t-k-1)$, $(t-1, 0)$ のいずれの場合についても，$q_m(n; a_t, c_{it1}, g_{it1})$ および $q(n; a_t, c_{it1}, g_{it1})$ は，命題5の証明中で求められた値に等しく

なる．よって，命題5の証明を，価値関数を適切に定義し，変数などを適切に置き換えて書き換えることで，命題11も証明できる．

［証明終］

「富」システムも，前節と同様に定義することができる．

［ケース6］:「富」システムのある場合

任意の $i \in \{1,2\}$ および $k \in \{0,1,2,\cdots,\}$ について，プレーヤー $j(\neq i)$ が第 $t+1$ 期（$t=i+2k$）に観察するプレーヤー i の第 t 期における「富」の状態 $s_{jt+1}(\in \{G,B\})$ は，その生起確率が，プレーヤー i が第 t 期に観察するプレーヤー j の「富」s_{it} と，第 t 期におけるプレーヤー i の行動 a_t に関する次のような関数 $s(s_{it},a_t)$ である．

$$s(G,g) = \mathrm{Prob}(s_{jt+1} = G|s_{it} = G, a_t = g) = p$$

$$s(B,g) = \mathrm{Prob}(s_{jt+1} = G|s_{it} = B, a_i = g) = 1-p$$

$$s(G,c) = \mathrm{Prob}(s_{jt+1} = G|s_{it} = G, a_t = c) = 1-p$$

$$s(B,c) = \mathrm{Prob}(s_{jt+1} = G|s_{it} = B, a_t = c) = 1-p.$$

「富」システムだけが存在し，個々の行動に関する情報が存在しない場合，プレーヤー i は，プレーヤー $j(\neq i)$ が第 $t+1$ 期（$t = i+2k$）に行った行動 a_{t+1} に関する情報 s_{it+1} を観察することができないため，第 t 期におけるプレーヤー i の最大期待生涯効用 $V_i(S_{it})$ を（5）式のように表すことはできない．「富」シグナルの下で情報 s_{it+1} に相当する情報は，第 $t+1$ 期におけるプレーヤー j の「富」の状態 s_{it+2} なので，「富」シグナルのシステムだけが存在する場合には，第 t 期（$t=i+2n$）におけるプレーヤー i の最大期待生涯効用 $V_i(S_{it})$ は，以下の

$$V_i(S_{it}) = \max_{\{ait\}} E_t[I(a_t)u_a + (1-I(s_{it+2}))u^* + \beta^2 V_i(S_{it+1})] \tag{5'}$$

で与えられるとする．ただし指示関数 $I(\cdot)$ は，$I(g)=I(G)=0$, $I(c)=I(B)=1$ を満たすとする．

以上の仮定の下で，「富」システムだけが存在し，かつ第1期にプレーヤー1の観察するプレーヤー2の「富」の状態 s_{11} が必ず $s_{11}=G$ であるケースでは，前節と同様，$g=a(G)$ および $c=a(B)$ となる戦略 $a:\{G,B\}\to\{g,c\}$ によって対称交換均衡が実現できる．

［命題 **12**］

ケース1～5のような過去のプレーヤーの行動に関する直接の情報は，公的・私的を問わず全く存在しないが，ケース6のような「富」システムが存在し，かつ第1期にプレーヤー1の観察するプレーヤー2の「富」の状態 s_{11} が必ず $s_{11}=G$ であるケースで

は，そのパラメーター p が不等式（$1'$）を満たす限り，両プレーヤーの戦略が，すべての期において，$g = a(G)$, $c = a(B)$ となる同一の関数 $a : \{G, B\} \to \{g, c\}$ で表される効率交換均衡が存在する．

［証明］

両プレーヤーがすべての期で上記の戦略 a に従う均衡が存在するなら，$s_1 = G$ よりプレーヤー1は第1期に必ず $a_1 = g$，すなわち贈与を行うため，そのような均衡は交換均衡である．また，価値関数 $V_i(s_{it})$ は両プレーヤーで等しくなり，

$$
\begin{aligned}
V(G) &= p[p\{u^* + \beta^2 V(G)\} + \beta^2(1-p)V(B)] \\
&\quad + (1-p)[\beta^2 pV(B) + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(G)\}] \\
&= \{p^2 + (1-p)^2\}\{u^* + \beta^2 V(G)\} + 2\beta^2 p(1-p)V(B) \\
V(B) &= u_a + p[\beta^2 pV(B) + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(G)\}] \\
&\quad + (1-p)[\beta^2 pV(B) + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(G)\}] \\
&= u_a + (1-p)\{u^* + \beta^2 V(G)\} + \beta^2 pV(B) \\
V(G) - V(B) &= p(2p-1)u^* - u_a + \beta^2 p(2p-1)\{V(G) - V(B)\} \\
&> (2p-1)^2 u^* - u_a
\end{aligned}
$$

となる．

次に，両プレーヤーのインセンティブを調べる．第 t 期（$t = i + 2n$）に情報集合 s_{it} の下で行動 a_t を行ったときのプレーヤー i の期待利得を $V(a_t; s_{it})$ と表すこととする．第 t 期（$t = i + 2n$）に情報集合 $s_{it} = G$ に到達したプレーヤー i の期待利得 $V(a_t; G)$ は，プレーヤー j の戦略 a を所与とすると，戦略 a に従って行動 g を行った場合には $V(g; G) = V(G)$，戦略 a から逸脱して行動 c を行った場合には $V(cG) = V(B)$ となることから，不等式（$1'$）が成り立つ限り，プレーヤー i は戦略 a に従って行動 g を行う方が望ましい．$s_{it} = B$ を観察した場合には，

$$
V(g; B) = V(B) - u_a < V(c; B) = V(B)
$$

となることから，戦略 a に従って c を行うことは常に最適な行動となる．よって，他のすべてのプレーヤーが上記の戦略 a に従って行動するとき，任意のプレーヤーにとって戦略 a に従うことが最適となる．

［証明終］

本節の分析より，利己的（手段的）な交換を実現するために「富」システムを必要とするのは，参入・退出の自由な，個々の参加者にとっては一回限りの交換となる市場交換の

場合にとどまらず，決まった相手との間の継続的な「互酬的な贈与」(互酬的交換) の場合も同様であることが示された．この結果より，逆に，「富」を表し主体間を移動する媒体としての「貨幣」の存在なしに継続される「互酬的な贈与」は，市場交換のように財の取得を目的とする利己的な交換ではありえず，社会的な圧力によって強制される「非強制的な交換」であるか，あるいは，政治的な威信の増加など，財を提供すること自体が目的となっている「利他的な交換」でなければならないことがわかる．「貨幣」によって媒介される「富」システムの存在しない世界では，財の取得のみを目的とした利己的交換は決して実現できないため，社会関係や政治的威信などから独立した純粋な「経済」行為は存在しえず，社会関係の全面的な展開の一部分として，必要な財の再分配も実現されるのである．

ヤップ島の石貨やトロブリアント諸島のクラ交易における貝の腕輪・首飾りなど，いわゆる「原始貨幣」(primitive money) の多くは，純粋な経済的取引ではなく，婚姻や賠償など政治的・社会的な関係を形成する社会的交換を媒介する．よって，Dalton (1982) など経済人類学者の中には，「貨幣」(money, currency) という用語を用いるべきではない，と主張するものもいる．確かに，これらの原始貨幣が媒介する交換は，代わりに提供される財の取得が目的ではなく，社会的な圧力で「非強制的」に行われるか，あるいは，提供自体を目的として行われるものであろう．そのような社会的交換の場合，自発的な贈与を促す価値規範なり，贈与を強制する政治的・社会的制度が存在するため，単純なモデル分析上は，歴史の完全な共有や，その代替物としての貨幣は必要ない．原始貨幣がどのような必然性で交換を媒介するのかについては，将来の研究課題としなければならないが，それらの交換を石貨や首飾りが媒介するとき，それらは，過去の記録の代替物となる，何らかの「状態」を表すシグナルとして機能しているはずである．よって，それらが媒介する状態シグナルのシステムは，市場交換を媒介する「富」システムとして簡単に転用可能である．そのため，もともとは社会的な関係を形成する交換であって，必ずしも経済的動機では行われていなかったものであっても，何らかの目的のために「状態」シグナルのシステムによって媒介されるようになると，一部ないしすべての交換参加者が，財の取得という利己的な動機で交換に参加できるようになり，全体が利己的な互酬的交換に変質する可能性がある．利己的な交換に変質してしまえば，それを媒介するものは「貨幣」である．これこそ，貨幣の起源として最も可能性が高いと思われる．

5. 終わりに

本論文では，市場交換，ないし経済的交換一般について，過去の取引に関するすべての歴史の完全な共有は不可能であるとの観点から，歴史に代わる「富」システムの媒体としての貨幣の必然性を議論した．そして，何らかの理由で「原始貨幣」により媒介されるようになった，元々は非経済的な社会的交換であったものが，参加者の意識の中で利己的な経済的交換に転化したことが，貨幣の起源として最も可能性が高いとの見解を示した．このような貨幣の起源論は，直接的な物々交換を出発点とする一般的な貨幣の起源論とは全く異なるものであるが，後者は，実際にはコインの起源論と考えるべきである．

古代メソポタミア・エジプトでは，古くから銀や銅などの地金（または穀物）が標準的な価値尺度であり，食料品などの物品の価値から労働者の賃金，人格・財産の毀損に対する罰金にいたるまで，貴金属の重量（または穀物の分量）で正当な額が定められていた[27)]．また，大麦とともにしばしば実際の支払手段としても用いられていた．しかし，実際には支払の多くがさまざまな物品で行われていたのであり，それは，メソポタミアの重量基準が広まった第一千年期初頭の地中海世界でも同様で，遠距離交易のほとんどは物々交換で取引された．それが，紀元前7世紀に小アジア西部のリュディア王国で最初のコインが作られてから，紀元前6世紀後半以降，初めは銀貨が，続いてより小額の銅貨が地中海世界で急速に普及することになる．

以上のコインの普及においては，計量などのわずらわしさを避けるために，商品そのものである穀物や貴金属の地金に代えてコインが用いられるようになり，その普及が，貨幣経済のさらなる発展につながった，との議論は相当の説得力を持つ．しかし，この議論は，すでに貴金属の地金という商品貨幣が存在し，市場交換が実現された後について述べたものである．これに対して，古代メソポタミアにおける貴金属の重量を単位とする価値体系は，必ずしも市場価格を表したものではない．よって，どこまで経済的な目的で市場交換が行われていたのか，確かなことはわからないが，銀が価値尺度および支払手段として用いられていた以上，銀を媒介とした市場交換は原理的に可能となる．そのことが，もっぱら中央集権的な再配分に基づいていたこの時代の経済社会において，市場交換と貨幣が生み出されたことの必要条件をなしているのである．

貨幣に関する本論文の議論は，貨幣のもつ交換手段および支払手段としての役割に注目

27）本段落の叙述は，Williams（1997）邦訳 pp.18～51 による．

した議論であるが，同時に，両者を区別することが困難であることも示している．2人のプレーヤーの間で行われる「利己的な互酬的贈与」ゲームでは，財の贈与に対して渡される貨幣は，財の貸付に対する借用証書のようにも思われるが，無限のプレーヤーが順次入れ替わる「市場交換」ゲームでは，財を渡す相手と受け取る相手が異なるため，貸借関係は成り立っていない．また，「決済」とは取引の最終的な終了を意味するのであり，将来にわたる関係の継続を前提とする互酬的贈与とは相容れない概念である．貨幣の起源に関して，楊枝（2003）は「まず貸付取引から計算貨幣が生まれ，信用貨幣が派生し，さらに商品貨幣が出現したのである」と主張しているが，その前提として，古代オリエントでは余剰生産物の貸借が市場交換に先行することを挙げている．しかし，前にも述べたように，財の市場交換が成立する以前に「貨幣」の売買である貸借取引が実現するとは考えにくいため，これらの問題は，さらなる検討の余地がある．

さらに，本論文の議論では，貨幣の価値尺度としての役割については何も述べられない．しかし，「交換価値」とは本来市場交換を前提とする概念である．市場交換が途切れずに続くためには，常に新たな財の提供者＝「売り手」が登場しなければならない．多数の「売り手」を確保するためには，過去の取引と同じ種類の財に限定するのではなく，等価な他の種類の財の提供者をも「売り手」として受け入れる必要があり，そのためにさまざまな種類の財について，「買い手」が過去に提供した財の質・量に相当する量が定められることになる．すなわち，各財の相対的な「価値」が定められることになれば，その際，一連の交換において常に「買い手」から「売り手」に受け渡される，歴史の代替物としての貨幣の一定量が「価値」の基準として用いられることは，なんら不自然なことではない．しかし，それは貨幣となっているモノ自体に「価値」があることを意味しない．貨幣は，過去の一連の取引で「価値」あるものと交換され続けてきたことを示す符号である．財を「売って」貨幣を手に入れることは，「等価」な財の社会的交換の列に加わり，交換の連鎖を継続することの意思表示であり，決して，「等価」な財と貨幣との交換が行われているわけではないのである．

参考文献

V. Bhaskar (1998), "Informational Constraints and the Overlapping Generations Model: Folk and Anti-Folk Theorems," *Review of Economic Studies*, 65, 135-149.

V. Bhaskar and Ichiro Obara (2002) "Belief-Based Equilibria in the Repeated Prisoners' Dilemma with Private Monitoring," *Journal of Economic Theory*, 102, 40-69.

George Dalton (1982), "Barter," *Journal of Economic Issues*, 16, 181-190.

Hidehiko Ishihara (1997), "Money as a Medium of Information," mimeo.

Narayana R. Kocherlakota (1998), "Money is Memory," *Journal of Economic Theory*, 81, 232-251.

Hitoshi Matsushima (2004), "Repeated Games with Private Monitoring: Two Players", *Econometrica*, 72, 823-852.

Joseph M. Ostroy and Ross M. Starr (1990) "The Transactions Role of Money," in Benjamin M. Friedman and Frank H. Hahn, eds., *Handbook of Monetary Economics* Vol.1. Amsterdam: North-Holland.

Tadashi Sekiguchi (1997) "Efficiency in Repeated Prisoner's Dilemma with Private Monitoring," *Journal of Economic Theory*, 76, 345-361.

楊枝嗣朗（2003）「現代貨幣と貨幣の起源—マルクス貨幣論とケインズ "Ancient Currencies"（全集 28 巻）に寄せて—」佐賀大学経済論集 35，83-104.

Jonathan Williams (ed) (1997), MONEY: *A History, British Museum Press*（湯浅赳男訳（1998）『図説お金の歴史全書』東洋書林）.